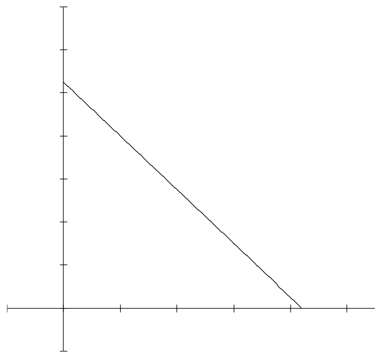
Uitwerkingen hoofdstuk 14 deel vwo $A_{1,2}$
Lineair Programmeren

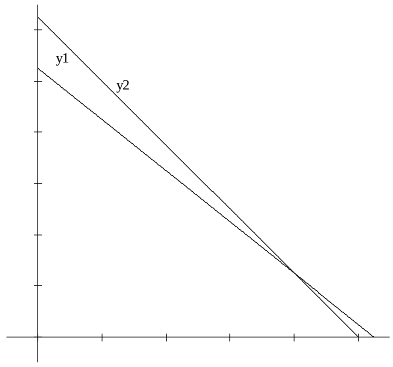
1.

a. Er zijn x kaartjes van 30 euro en y kaartjes van 24 euro . $\Rightarrow$
de totale opbrengst is dus :
$30.x + 24y$ = totale opbrengst

$$30x + 24y = 15000$$
$$24y = 15000 - 30x$$
$$y = \frac{15000}{24} - \frac{30}{24}x$$
$$y = 625 - 1,25x$$



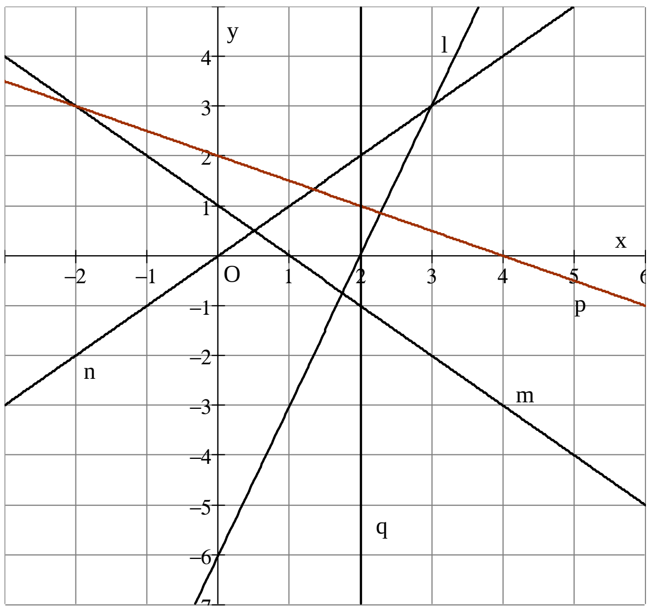
b. $x + y = 525$ Dit is het totaal aantal betalende bezoekers.



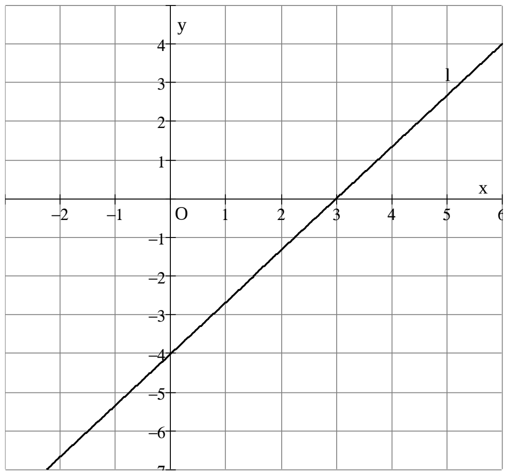
c. Met de optie intersect vinden we het snijpunt van de twee vergelijkingen. $\Rightarrow x = 400$ en $y = 125 \Rightarrow$
Er waren dus 125 pashouders aanwezig.

2.

a. Lijn l door (0,-6) en (2,0)
lijn m door (1,0) en (0,1)
lijn n door (0,0) en (3,3)
lijn p door (4,0) en (0,2)
lijn q is een verticale lijn door (2,0)



b. r.c.$_l$ = 3 ; r.c.$_m$ = -1 ; r.c.$_n$ = 1
r.c.$_p$ = -0,5 en de r.c. van de verticale lijn q bestaat niet.



3. l: $4x - 3y = 12$

a. Snijpunt l met de x-as $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow 4x = 12 \Leftrightarrow$
$x = 3 \Rightarrow$ snijpunt (3,0)
Snijpunt y-as $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow -3y = 12 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow$ snijpunt (0,-4)

b. punt A $\Rightarrow 4 . 4 - 3 . 1{,}5 = 12$ niet waar $\Rightarrow$ A niet op l
Punt B $\Rightarrow 4 . 9 - 3 . 8 = 12$ klopt $\Rightarrow$ B ligt op l.
C $\Rightarrow 4 .(-15) - 3 . (-24) = 12$ klopt $\Rightarrow$ C op l

c. (15,a) ligt op l $\Rightarrow$ punt nu invullen in de formule en er ontstaat dan een ware bewering $\Rightarrow a$
$4 . 15 - 3 . a = 12 \Leftrightarrow 60 - 12 = 3a \Leftrightarrow 3a = 48 \Leftrightarrow a = 16$

d. (b,24) is een oplossing van de formule $\Rightarrow$
$4 . b - 3 . 24 = 12 \Leftrightarrow 4b = 84 \Leftrightarrow b = 21$

4.

a. Lijn $3x - y = 6 \Leftrightarrow y = 3x - 6 \Rightarrow$ r.c. is 3
Lijn $3x - y = -1 \Leftrightarrow y = 3x + 1 \Rightarrow$ r.c. is ook 3 dus lopen deze lijnen evenwijdig.

b. $2x + y = c \Leftrightarrow y = -2x + c \Rightarrow$ steeds is de r.c. -2 (onafhankelijk van c)

c. m // met de lijn $2x + y = 6$ dus met $y = -2x + 6 \Rightarrow$ r.c. = -2 $\Rightarrow$ Stel m is: $\Rightarrow y = -2x + b$
door het punt (5,8) $\Rightarrow 8 = -10 + b \Rightarrow b = 18 \Rightarrow$ vergelijking m is : $y = -2x + 18$

5.

De lijn k moet evenwijdig zijn met l: $2x + 3y = 20 \Rightarrow$ stel de vergelijking van lijn k is :
$2x + 3y = c$ Lijn k gaat door het punt B(-6 , -18) $\Rightarrow -12 + (-54) = c \Leftrightarrow c = -66 \Rightarrow$
De vergelijking van lijn k is : $2x + 3y = -66$

6.

a. Stel x is het aantal stoelen en y is het aantal tafels. We krijgen : $350x + 850y = 22000$

b. Stel x is de prijs van 100 gram cashewnoten en y is de prijs van 100 gram studentenhaver.
We krijgen nu : $4x + 7y = 8{,}40$

c. Stel x is de opbrengst van 1000 ha groenten en y is de opbrengst van 1000 ha graan.
we krijgen nu : $10x + 5y = 250000$

7.

a. Stel x is het aantal abrikozenvlaaien en y is het aantal rijstevlaaien>
We krijgen de vergelijking: $12x + 15y = 645$

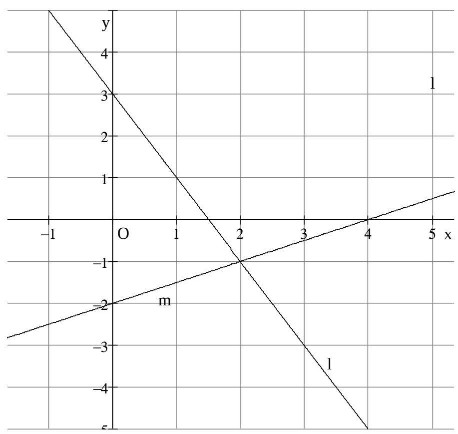
b. De vraag kun je vertalen door na te gaan welke roosterpunten liggen op de lijn die bij de vergelijking hoort. Bijv. (0,43) of (10 , 35) of (20 , 27) of (30 , 19) of (40 , 11) of (50 , 3)

8.

a. l door (0,3) en (3,-3)
m door (4,0) en (0,-2)

b. Aflezen uit de figuur $\Rightarrow$ snijpunt (2,-1)

c. Het getallenpaar (2,-1) is een oplossing van de vergelijkingen van l en m



9.

a. $\begin{cases}5x-4y=-8\\-x+4y=-12\end{cases}$ optellen $\Rightarrow\begin{cases}4x\ \ =-20\\-x+4y=-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-5\\5+4y=-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-5\\4y=-17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-5\\y=-4\frac{1}{4}\end{cases}$

b. $\begin{cases}-2x+y=7\\-2x+3y=-1\end{cases}$ aftrekken $\Rightarrow\begin{cases}-2y=8\\-2x+3y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4\\-2x-12=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x=11\\y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-5,5\\y=-4\end{cases}$

c. $\begin{cases}-x-3y=-8\\-2x+3y=-1\end{cases}$ optellen $\begin{cases}-3x=-9\\-2x+3y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\-6+3y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\3y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\frac{2}{3}\end{cases}$

10

a. Als je nu optelt dan krijg je : $5x-y=23$ Er is dus geen variabele verdwenen.

b. Als je aftrekt dan krijg je: $x-7y=-9$ Er is dus ook hier geen variabele verdwenen.

11.

a. $\left\{\begin{array}{l|l|}3x+5y=-7&1\\2x+y=0&-5\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}3x+5y=-7\\-10x-5y=0\end{cases}$ optellen $\begin{cases}-7x=-7\\2x+y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$

b. $\left\{\begin{array}{l|l|}2x-4y=6&3\\3x-y=19&-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}6x-12y=18\\-6x+2y=-38\end{cases}$ optellen $\begin{cases}-10y=-20\\2x-4y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2\\2x-8=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=7\\y=2\end{cases}$

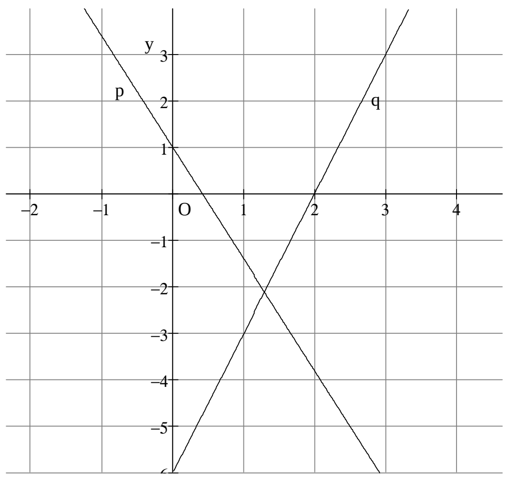
12.

a. $\left\{\begin{array}{l|l|}5x+2y=69&1\\x+3y=-7&-5\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}5x+2y=69\\-5x-15y=35\end{cases}$ optellen $\begin{cases}-13y=104\\x+3y=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-8\\x-24=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=17\\y=-8\end{cases}$

b. $\left\{\begin{array}{l|l|}0,8x+0,2y=1&30\\0,3x-0,3y=1,5&20\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}24x+6y=30\\6x-6y=30\end{cases}$ optellen $\begin{cases}30x=60\\6x-6y=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\12-6y=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}$

13.

a. *p* door de punten (0,1) en (5,-11)
q door de punten (2,0) en (0,-6)



b. Het stelsel is dan : $\begin{cases}12x+5y=5\\3x-y=6\end{cases}$

$\left\{\begin{array}{l|l|}12x+5y=5&1\\3x-y=6&5\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}12x+5y=5\\15x-5y=30\end{cases}$ optellen

$\begin{cases}27x=35\\3x-y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{35}{27}\\\frac{35}{9}-y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{35}{27}\\y=-2\frac{1}{9}\end{cases}$

$\Rightarrow$ het snijpunt is $(1\frac{8}{27},-2\frac{1}{9})$

14.

We moeten het bijbehorende stelsel oplossen $\Rightarrow$

$$\begin{cases} 3x-2y=-12 \\ x+4y=38 \end{cases}\left|\begin{matrix}2\\1\end{matrix}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-4y=-24 \\ x+4y=38 \end{cases} \text{ optellen } \begin{cases} 7x=14 \\ x+4y=38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2+4y=38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=9 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ het snijpunt van de lijnen *l* en *m* is (2,9)

15.

a. $\begin{cases} 3x-y=10 \\ -6x+2y=8 \end{cases}\left|\begin{matrix}2\\1\end{matrix}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-2y=20 \\ -6x+2y=8 \end{cases}$ optellen $\begin{cases} 0=28 \\ 3x-y=10 \end{cases}$ $\Rightarrow$ Dit kan niet $\Rightarrow$ er is dus geen snijpunt.

b. $\begin{cases} 3x-y=10 \\ -6x+2y=-20 \end{cases}\left|\begin{matrix}2\\1\end{matrix}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-2y=20 \\ -6x+2y=-20 \end{cases}$ optellen $\begin{cases} 0=0 \\ 3x-y=10 \end{cases}$ Beide variabelen *x* en *y* vallen weg , maar er is nu geen tegenspraak . $\Rightarrow$ er voldoen nu oneindig veel punten , want de beide lijnen vallen samen.

c. Situatie a : twee evenwijdige lijnen . Er is dus geen snijpunt.
Situatie b: twee samenvallende lijnen $\Rightarrow$ Er zijn nu oneindig veel oplossingen,namelijk alle punten op de samenvallende lijn.
De derde situatie is de situatie dat er twee snijdende lijnen zijn met natuurlijk 1 oplossing. Namelijk het snijpunt.

16.

a. *x* + *y* = 5000

b. Mengsel van 12,80 euro per kg. Totaal 5000 kg $\Rightarrow$ In totaal dus 5000 . 12,80 = 64000 euro
Dit geeft de vergelijking : 12*x* + 16*y* = 64000

c. we moeten aan beide voorwaarden voldoen $\Rightarrow$ het stelsel wordt dus: $\begin{cases} x+y=5000 \\ 12x+16y=64000 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y=5000 \\ 12x+16y=64000 \end{cases}\left|\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} 12x+12y=60000 \\ 12x+16y=64000 \end{cases} \text{ aftrekken } \begin{cases} -4y=-4000 \\ x+y=5000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4000 \\ y=1000 \end{cases}$$

d. Het mengsel is samengesteld met 4000 kg uit Colombia en 1000 kg uit Jamaica.

17.

a. Totaal een mengsel van 1 liter $\Rightarrow$ *x* + *y* = 1
Uit de prijzen krijgen we: 0,70*x* + 1.*y* = 0,75

b. $\begin{cases} x+y=1 \\ 0,70x+y=0,75 \end{cases}$ aftrekken $\begin{cases} 0,30x=0,25 \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{25}{30}=\frac{5}{6} \\ y=\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow$

De samenstelling van de vruchtensap is nu: $\frac{5}{6}$ liter appelsap en $\frac{1}{6}$ liter perziksap.

18.

Stel *x* euro in fonds A en *y* euro in fonds B. Dan wordt het stelsel : $\begin{cases} x+y=150000 \\ 0,06x+0,08y=11000 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=150000 \\ 0,06x+0,08y=11000 \end{cases}\left|\begin{matrix}6\\100\end{matrix}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+6y=900000 \\ 6x+8y=1100000 \end{cases} \text{ aftrekken } \begin{cases} -2y=-200000 \\ x+y=150000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=50000 \\ y=100000 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ In fonds A moet het echtpaar dus 50000 euro beleggen.

19.

a. A(2,-1) ligt op *l* want -1 = 2-3 en dat klopt.

b. 0 > 2-3 Dit klopt $\Rightarrow$ B ((2,0) voldoet aan : $y > x - 3$

c. De punten C , D , E ; P en Q voldoen aan $y > x - 3$, maar punt R voldoet daar niet aan..

d. Al die punten liggen boven de lijn *l*.

20.

a. Punt A(-2,-1) voldoet aan $x - 2y > -4$ want $-2 - 2 \cdot (-1) = 0 > -4$ en dat klopt.

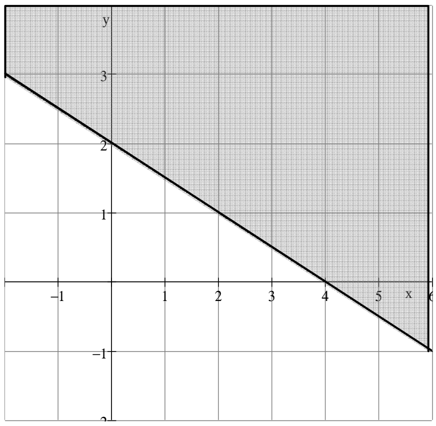
b.

	A	B	C	D	E	F	G	H
Punt boven *k*	nee	Nee	Nee	Nee	Ja	Ja	Nee	Ja
Voldoet aan : $x - 2y > -4$	Ja	Ja	Ja	Ja	Nee	Nee	Ja	nee

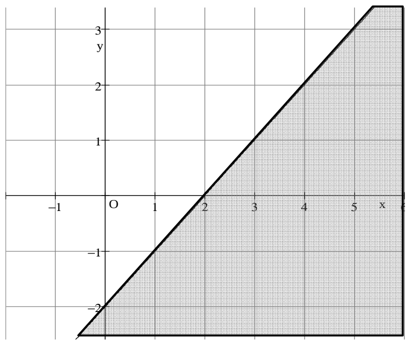
c. De punten met $x - 2y > -4$ liggen allemaal onder de lijn *k*.

21.

a. $x + 2y = 4$ gaat o.a. door de punten (4,0) en (0,2)
(0,0) invullen $\Rightarrow 0 + 0 \geq 4$ dit klopt niet $\Rightarrow$
we moeten dus het halfvlak boven de lijn hebben.

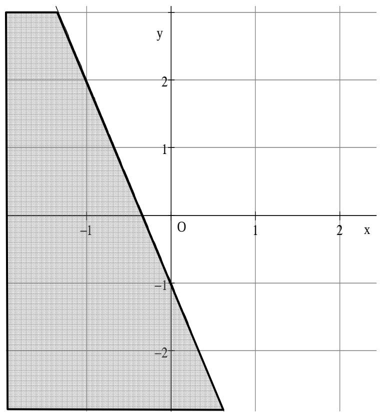


b. $x - y = 2$ gaat door (2,0) en (0,-2)
(0,0) invullen ; klopt niet $\Rightarrow$
we moeten het gebied onder de lijn hebben.



c. $3x + y \leq -1$
De lijn gaat door de punten (0,-1) en (1,-4)

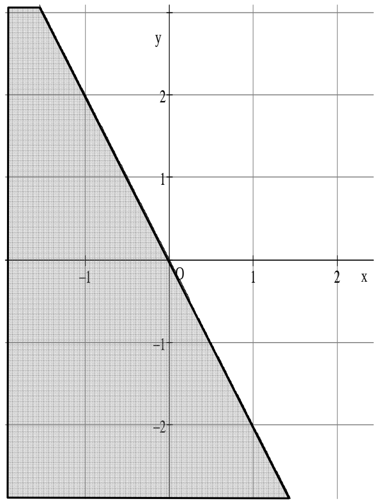
(0,0) invullen het klopt niet $\Rightarrow$ het juiste gebied is links van de gegeven lijn.



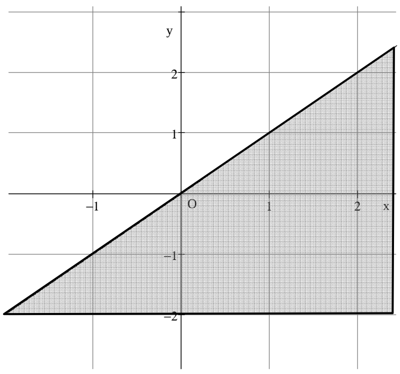
22. $2x + y \leq 0$

a. (0,0) is geen geschikt punt,omdat (0,0) op de gegeven lijn ligt.

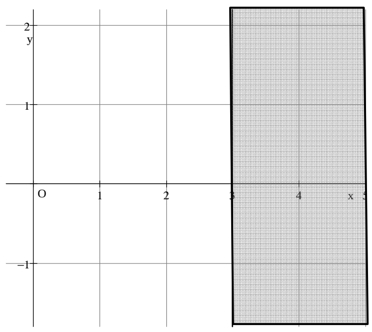
b. We nemen (0,1) dan $0 + 1 \leq 0$ dit klopt niet .
We moeten dus het gebied hebben links van de lijn.



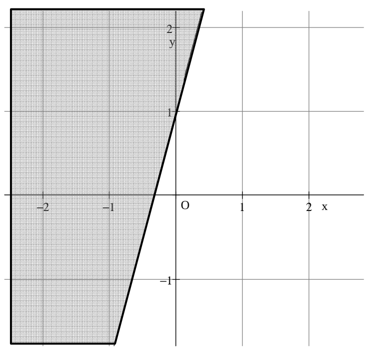
23.



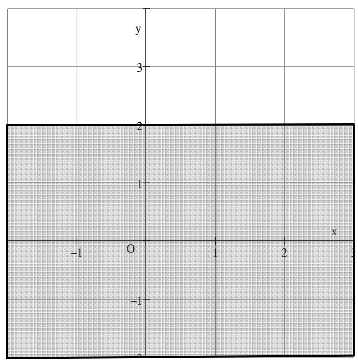
a. $x - y \geq 0$



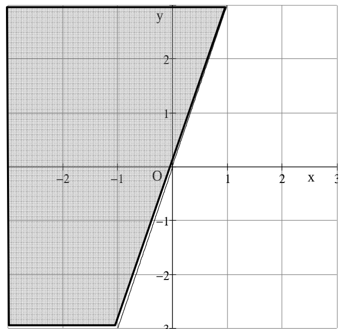
b. $x \geq 3$

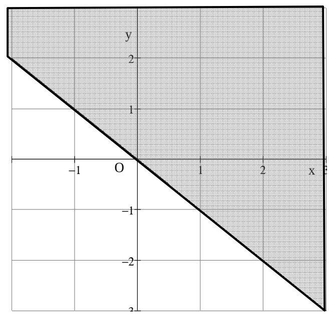


c. $3x - y \leq -1$



d. $y \leq 2$

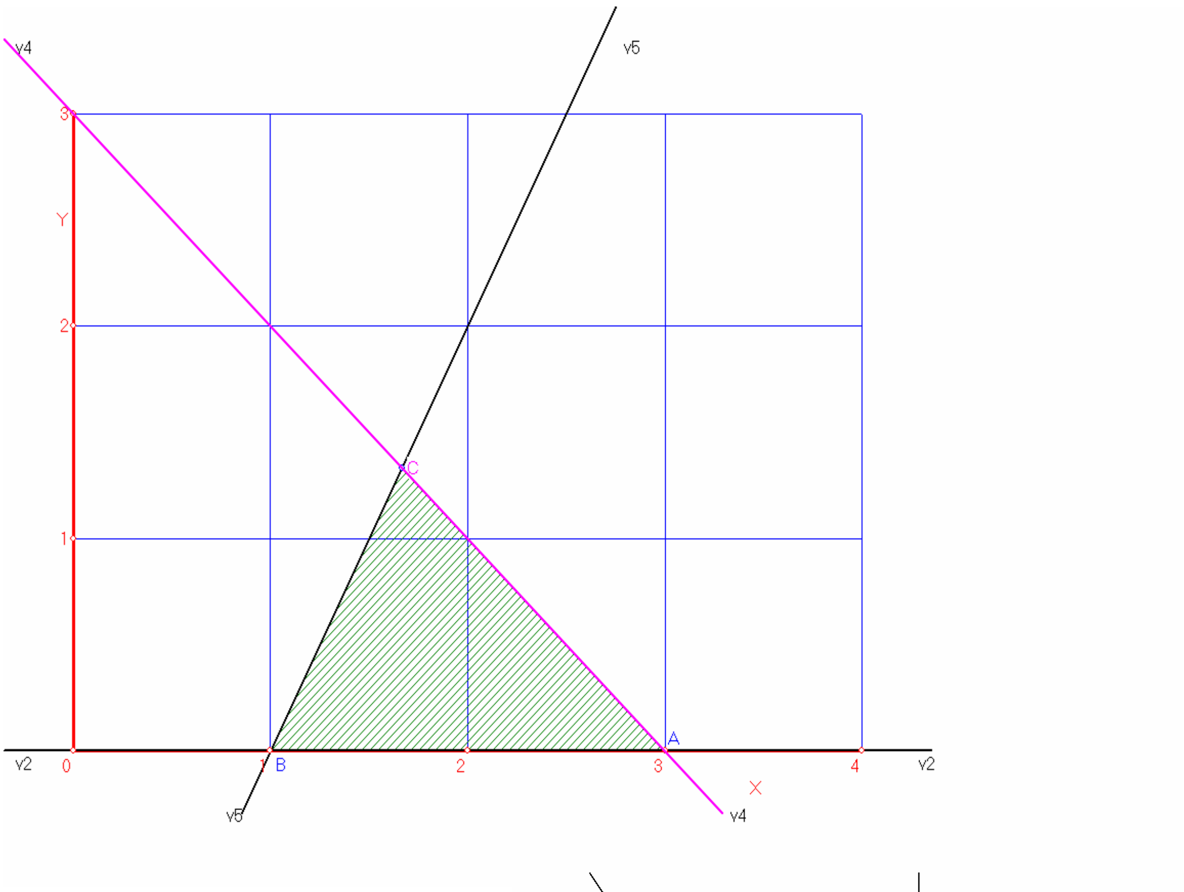




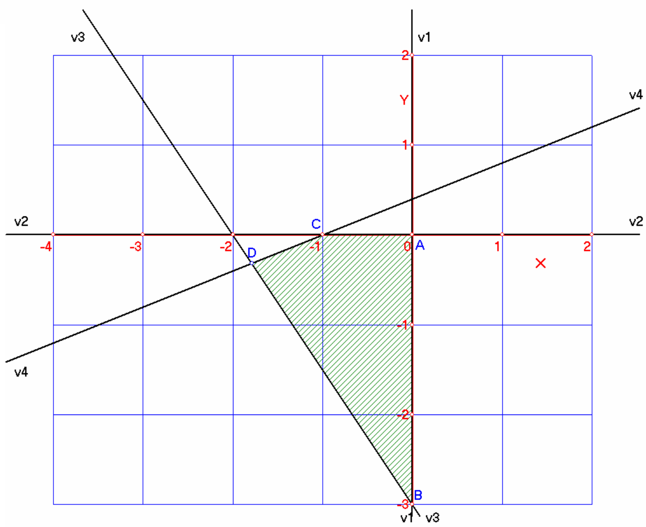
e. $y \geq 3x$ f. $x + y \geq 0$

24. $x + y \leq 3$; $2x - y \geq 2$ en $y \geq -1$

(0,0) invullen bij eerste lijn klopt $\Rightarrow$ onder de lijn door (0,3) en (3,0)
(0,0) bij 2^e lijn klopt niet $\Rightarrow$ rechts van de lijn door (1,0) en (0,-2)
verder moeten we ook boven de horizontale lijn y = -1 zijn.
Dit alles geeft het gebied binnen driehoek ABC



25. $3x + 2y + 6 \geq 0$; $2x - 5y + 2 \geq 0$ en $x \leq 0$ en $y \leq 0$



1e lijn door (-2,0) en (0,-3)

(0,0) invullen klopt $\Rightarrow$ rechts van deze lijn.

2e lijn door (-1,0) en (4,2)

(0,0) invullen ; klopt $\Rightarrow$

onder deze lijn.

verder natuurlijk links van de y-as en onder de x-as.

Het gebied is nu ABCD

26.

a. 4 grenslijnen. 1e : de x-as dus $y = 0$

2e : de y-as dus de lijn $x = 0$

3e : de lijn door (4,0) en (0,3) dus met r.c. = -0,75 $\Rightarrow y = -0{,}75x + 3$

4e : de lijn door (2,0) en (0,5) dus met r.c. = -2,5 $\Rightarrow y = -2{,}5x + 5$

Vul (0,0) in en steeds moet het niet kloppen. Zo geldt voor het gebied:

$y \geq 0$; $x \geq 0$; $y \geq -0{,}75x + 3$ en $y \geq -2{,}5x + 5$

27.

a. V bestaat uit 3 lijnen

1e : de lijn door (0,0) en (4,2) $\Rightarrow$ $y = 0{,}5x$

2e : de lijn door (3,0) en (0,6) dus met r.c. = -2 $\Rightarrow y = -2x + 6$

3e: de lijn door (0,6) en (6,0) dus met r.c. = -1 $\Rightarrow y = -x + 6$

Het punt (3,2) ligt in het gebied . Als je dit punt invult in de 3 vergelijkingen dan moet er een ware bewering komen . Het gebied wordt dan:

$y \geq 0{,}5x$; $y \geq -2x + 6$ en $y \leq -x + 6$

b. Onderste punt: $\Rightarrow$ $y = 0{,}5x$ en $y = -2x + 6$ $\Rightarrow$ voor het snijpunt geldt : $0{,}5x = -2x + 6 \Leftrightarrow$
$2{,}5x = 6 \Leftrightarrow x = 2\frac{2}{5}$ invullen $\Rightarrow$ snijpunt $(2\frac{2}{5}\ ,\ 1\frac{1}{5})$

De andere snijpunten zijn duidelijk (4,2) en (0,6)

c. Laagste y-coördinaat $\Rightarrow$ de laagste y-waarde. Dit is het geval bij het onderste snijpunt dus bij $y = 1\frac{1}{5}$ $\Rightarrow$ hoekpunt $(2\frac{2}{5}\ ,\ 1\frac{1}{5})$

d. Roosterpunten van V: (2,2) ; (3,2) ; (4,2) ; (2,3) ; (3,3) ; (1,4) ; (2,4) ; (1,5) en (0,6)

28.

a. Dit is de voorwaarde van de beschikbare grond. Bij x huizen van type A heb je dus $250x$ m^2 nodig . Zo geldt dat ook voor type B . De beschikbare grond is maximaal 4000 m^2 $\Rightarrow$
$250x + 200y \leq 4000 \Leftrightarrow 5x + 4y \leq 80$

b. Type A nodig 240 mandagen per huis dus voor x huizen is nodig : $240x$

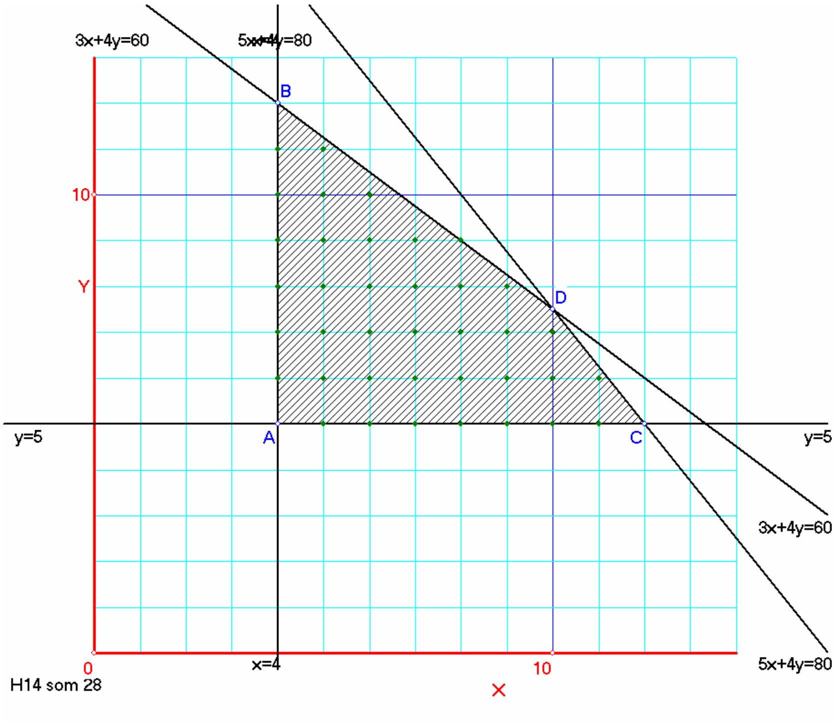
Type B nodig 320 mandagen per huis dus voor y huizen is nodig : $320y$

Beschikbaar 4800 mandagen $\Rightarrow 240x + 320y \leq 4800 \Leftrightarrow 3x + 4y \leq 60$

c. Minstens 4 huizen van type A $\Rightarrow x \geq 4$

Minstens 5 huizen van type B $\Rightarrow y \geq 5$

d. Zie onderstaande figuur



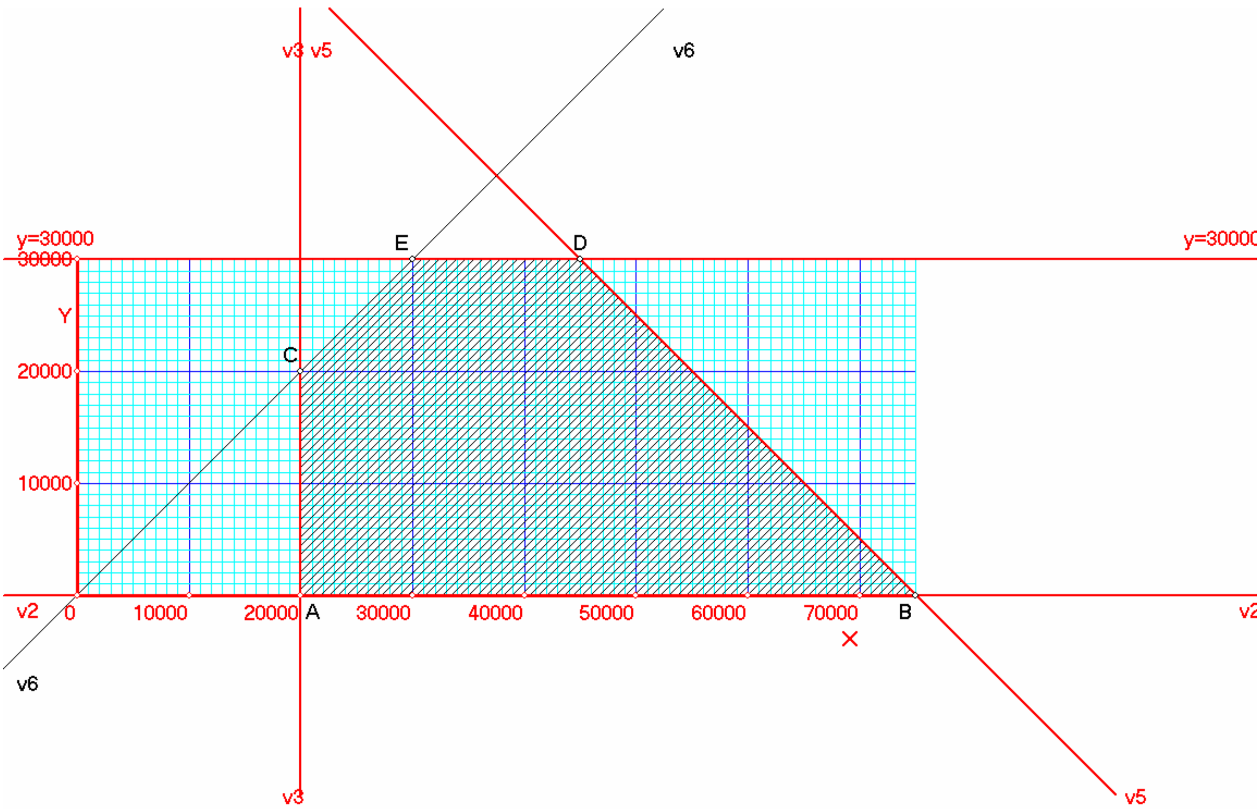
e.

Zie ook in de figuur

f. Nu moet x + y maximaal zijn en de y-coördinaat zo groot mogelijk. Dit is in het gebied het geval in het punt (8,9)
Er worden dan 8 huizen van type A gebouwd en 9 huizen van type B.
Voor de bouw wordt dan 8 . 250 + 9 . 320 = 3800 m^2 gebruikt.

29.

a. Stel x euro in aandelen en y euro in obligaties.
1^e: minstens 20000 euro in aandelen $\Rightarrow x \geq 200000$
2^e : hoogstens 30000 euro in obligaties $\Rightarrow y \leq 30000$
3^e: meer in aandelen dan in obligaties $\Rightarrow x > y$
4^e : maximaal 75000 euro $\Rightarrow x + y \leq 75000$



Nog een vijfde voorwaarde $\Rightarrow y \geq 0$

b.

c. 35000 aandelen $\Rightarrow x = 35000$ dan kan hij nog maximaal 30000 euro in obligaties beleggen. (zie ook in de figuur)

30.

a. 1700 liter M $\Rightarrow$ nodig 0,20 . 1700 = 340 liter melk en 0,15 . 1700 = 255 liter room
1400 liter R $\Rightarrow$ nodig 0,20 . 1400 = 280 liter melk en 0,30 . 1400 = 420 liter room
Totaal is er dan nodig : 620 liter melk en 675 liter room. Er is dus te weinig room aanwezig.

b. Ook dat kan niet omdat er dan meer room dan melk gemaakt wordt en dat mag niet.

c. 2000 liter melk en 1000 liter room $\Rightarrow$
meer melk dan room dus dat kan.
nodig aan melk: 0,20 .2000 + 0,15 . 1000 = 550 liter melk $\Rightarrow$ geen probleem
nodig aan room: 0,15 . 2000 + 0,30 . 1000 = 600 liter room $\Rightarrow$ ook geen probleem
Het is dus mogelijk.

31.

a. punt A: $\begin{cases} x = y \\ x + y = 2000 \end{cases} \Rightarrow 2x = 2000 \Rightarrow x = 1000 \Rightarrow$ A(1000,1000)

punt B(2000,0) ; punt C(3100,0)

punt D :

$$\begin{cases} 0,2x + 0,2y = 620 \\ 0,15x + 0,3y = 600 \end{cases} \begin{vmatrix} 30 \\ 20 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 6y = 18600 \\ 3x + 6y = 12000 \end{cases} \text{ atrekken } \begin{cases} 3x = 6600 \\ 3x + 6y = 12000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2200 \\ 660 + 6y = 12000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2200 \\ 6600 + 6y = 12000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2200 \\ 6y = 5400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2200 \\ y = 900 \end{cases} \Rightarrow \text{ punt D(2200,900)}$$

punt E : $\begin{cases} x = y \\ 0,15x + 0,3y = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 0,15x + 0,3x = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 0,45x = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1333\frac{1}{3} \\ y = 1333\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow$

punt E is dus $(1333\frac{1}{3}, 1333\frac{1}{3})$

b. Zo weinig mogelijk van M $\Rightarrow x$ is minimaal $\Rightarrow$ we zitten dus in punt A $\Rightarrow$ 1000 liter van M en 1000 liter van R.

c. Nu R maximaal $\Rightarrow y$ maximaal $\Rightarrow$ we zitten dan in punt E $\Rightarrow 1333\frac{1}{3}$ liter van M en $1333\frac{1}{3}$ liter van R.

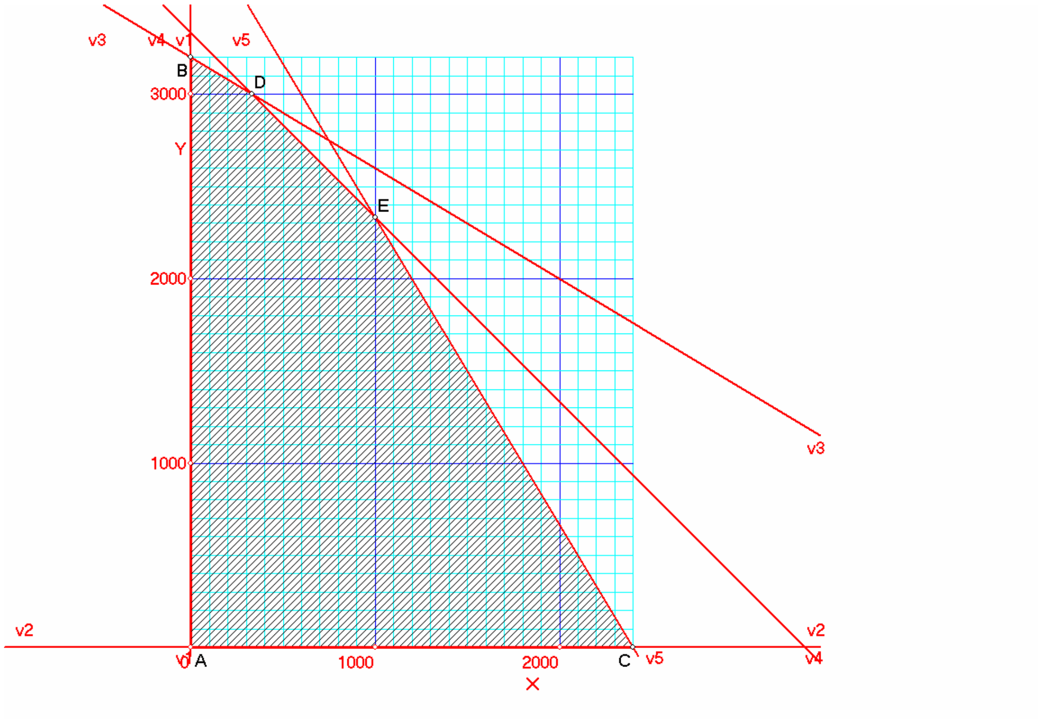
d. Nu M is 1500 liter $\Rightarrow x = 1500$ Deze lijn moeten we dus snijden met de lijn door AB en ook nog snijden met de lijn door ED.
1^e: lijn door AB dus met $x + y = 2000 \Rightarrow$ snijpunt (1500,500)
2^e: lijn door ED $\Rightarrow 0,15x + 0,3y = 600$ snijden met $x = 1500 \Rightarrow 225 + 0,3y = 600 \Leftrightarrow$
$0,3y = 375 \Leftrightarrow y = 1250$
Dit betekent dat de hoeveelheid R dus tussen 500 liter en 1250 liter zal liggen.

32.

a. arbeid: $9x + 15y \leq 48000 \Leftrightarrow 3x + 5y \leq 16000$

b. machinetijd: $3x + 3y \leq 10000$
materiaal: $50x + 30y \leq 120000 \Leftrightarrow 5x + 3y \leq 12000$

c.



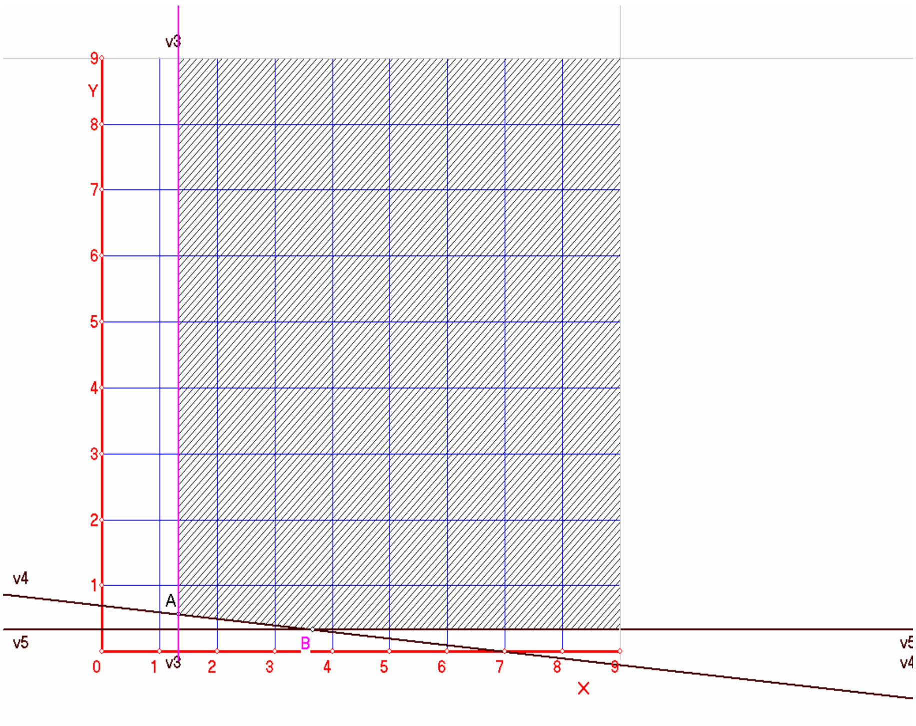
d. 3000 paar Air Extra $\Rightarrow x = 3000$ Deze lijn snijdt het gebied V niet $\Rightarrow$ het kan dus niet.

e. Bij 2000 paar Pump dan $y = 2000$ Snijden met CE $\Rightarrow 5x + 3y = 12000$ en dus $y = 2000 \Rightarrow$ $5x + 6000 = 12000 \Leftrightarrow 5x = 6000 \Leftrightarrow x = 1200$ $\Rightarrow$ het aantal paar Air Extra is dus maximaal 1200

33.

a. x keer 25 gram brood bevat $15x$ gram koolhydraten en $2x$ gram proteïne en geen vet.
y keer 100 gram kip bevat $20y$ gram proteïne en $15y$ gram vet
koolhydraten: $15x \geq 20 \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{3}$
proteïne: $2x + 20y \geq 14 \Leftrightarrow x + 10y \geq 7$
vet: $15y \geq 5 \Leftrightarrow y \geq \frac{1}{3}$

b.



Punt A uit : $\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x + 10y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ 10y = \frac{17}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{17}{30} \end{cases} \Rightarrow$ punt A$(\frac{4}{3}, \frac{17}{30})$

Punt B uit : $\begin{cases} x + 10y = 7 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{10}{3} = \frac{21}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow$ punt B $(\frac{11}{3}, \frac{1}{3})$

c. Hoeveelheid brood is minimaal $\Rightarrow x$ is minimaal $\Rightarrow x = \frac{4}{3}$ $\Rightarrow$ de hoeveelheid is dan minstens $\frac{17}{30}$ per 100 gram $\Rightarrow$ we hebben dus minstens $\frac{17}{30}.100 \approx 57$ gram kip nodig.

34.

a. Bij (1500,100) is de winst : 0,45 . 1500 + 0,75 . 1000 = 1425 euro

b. M nu maximaal $\Rightarrow$ in C $\Rightarrow$ punt (3100 , 0) $\Rightarrow$ de winst is dan : 3100. 0,45 + 0 . 0,75 = 1395 euro
Nu R maximaal $\Rightarrow$ punt E$(1333\frac{1}{3}, 1333\frac{1}{3})$ $\Rightarrow$ de winst is dan:
$133\frac{1}{3}.0{,}45 + 133\frac{1}{3} \,.\, 0{,}75 = 1600$ euro

c. In punt D(2200,900) is de winst : 2200.0,45 + 900.0,75 = 1665 euro en dat is hoger dan bij vraag b.

35.

grenslijnen : $x = 0$; $y = 0$; $x + 6y = 18$ en $2x + 3y = 12$

Beperkende voorw. $x \geq 0$; $y \geq$; $x + 6y \leq 18$ en $2x + 3y \geq 12$

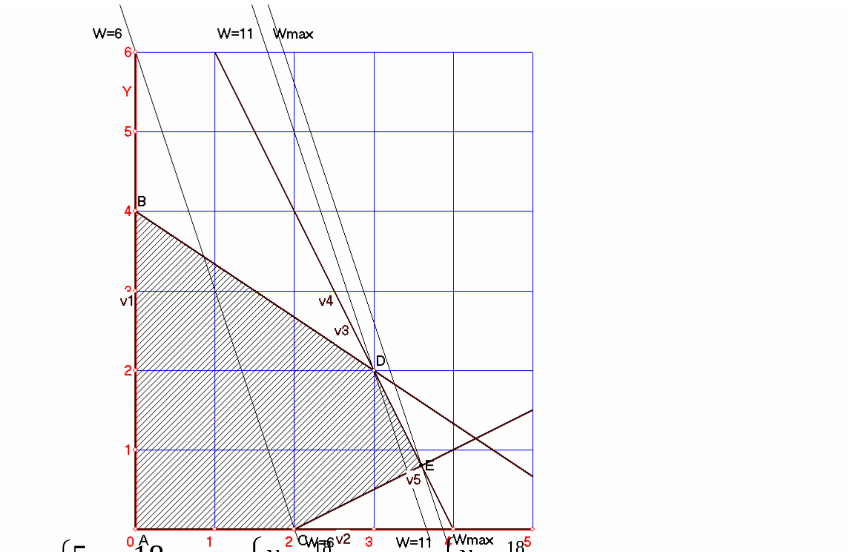
De isolijn door A(18,0) geeft 20.18 + 18.0 = 360 $\Rightarrow$ isolijn : $20x + 18y = 360$
Deze isolijn gaat door de punten (18,0) en (0,20)
De isolijn door B(6,0) geeft : K = 20.6 + 0 = 120 $\Rightarrow$ isolijn : $20x + 18y = 120$
We zien dus dat we het minimum krijgen door de isolijnen naar links te schuiven $\Rightarrow$ er is dus een minimum in punt C Eerst nog punt C berekenen: $\Rightarrow$

$$\begin{cases}2x+3y=12\\x+6y=18\end{cases}\begin{vmatrix}2\\1\end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}4x+6y=24\\x+6y=18\end{cases} \text{aftrekken} \begin{cases}3x=6\\x+6y=18\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\6y=16\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=\frac{8}{3}\end{cases} \Rightarrow \text{C}(2,\tfrac{8}{3})$$

Het minimum van K is dus : 20 . 2 + 18 . $\frac{8}{3}$ = 88

36. Grenslijnen : $x = 0$; $y = 0$; $2x + 3y = 12$ en $x - 2y = 2$; $2x + y = 8$ en $W = 3x + y$
Bep. voorw. : $x \geq 0$; $y \geq 0$; $2x + 3y \leq 12$ en $x - 2y \leq 2$; $2x + y \leq 8$

Isolijn door A(2,0) $\Rightarrow$ W = 6 $\Rightarrow$ $3x + y = 6$ door de punten (2,0) en (0,6)
Isolijn door D(3,2) $\Rightarrow$ W = 11
Het maximum krijgen we door te schuiven naar rechts $\Rightarrow$ de isolijn door E
Nu eerst E berekenen:



$$\begin{cases}2x+y=8\\x-2y=2\end{cases}\begin{vmatrix}2\\1\end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}4x+2y=16\\x-2y=2\end{cases} \text{optellen} \begin{cases}5x=18\\2x+y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{18}{5}\\\frac{36}{5}+y=\frac{40}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{18}{5}\\y=\frac{4}{5}\end{cases}$$

$\Rightarrow \text{E}(\frac{18}{5},\frac{4}{5}) \Rightarrow$ de maximale winst is dus: $3.\frac{18}{5} + \frac{4}{5} = 11{,}6$

37.

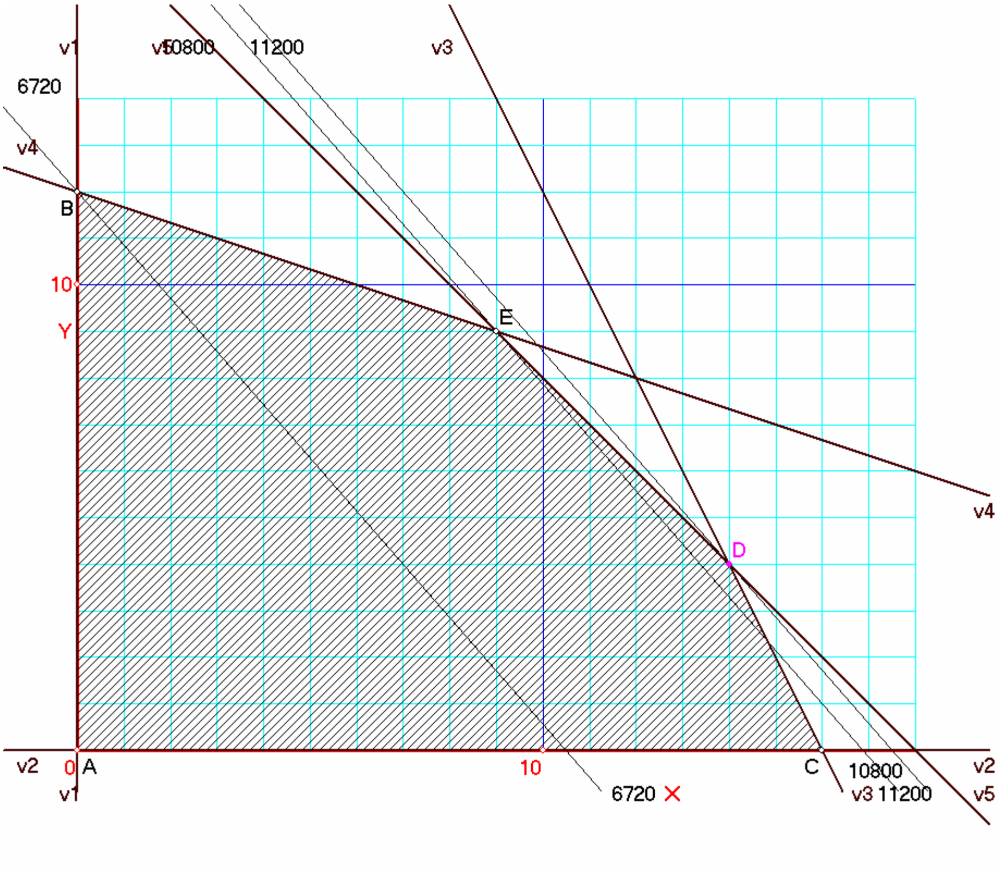
a.

	Fauteuil	Sofa	Beschikbaar per dag
Constructieafdeling	6 uur	3 uur	96 uur
Bekledingsafdeling	2 uur	6 uur	72 uur
Afwerkingsafdeling	1 uur	1 uur	18 uur
Winst per artikel	640 euro	560 euro	

b. $W = 640x + 560y$

c. Beperkende voorwaarden: 1e: $x \geq 0$; 2e : $y \geq 0$
3e : constructieafdeling: $6x + 3y \leq 96 \Leftrightarrow 2x + y \leq 32$
4e : bekledingsafdeling: $2x + 6y \leq 72 \Leftrightarrow x + 3y \leq 36$
5e : afwerkingsafdeling: $x + y \leq 18$

d. Grenslijnen: $x = 0$; $y = 0$; $2x + y = 32$; $x + 3y = 36$ en $x + y = 18$



e. Isolijn door B(0,12) ⇒ W = 560 . 12 = 6720 ⇒ isolijn 640x + 560y = 6720 deze lijn gaat ook door het punt (10,5 ; 0)
Isolijn door E(9,9) ⇒ W (9,9) = 640.9+560.9 = 10800
Het maximum krijgen we dus door te schuiven naar rechts ⇒ maximum is in punt D.
Nu nog D berekenen.

$$\begin{cases} 2x+y=32 \\ x+y=18 \end{cases} \text{ aftrekken } \begin{cases} x=14 \\ 14+y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow \text{punt D is } (14,4)$$

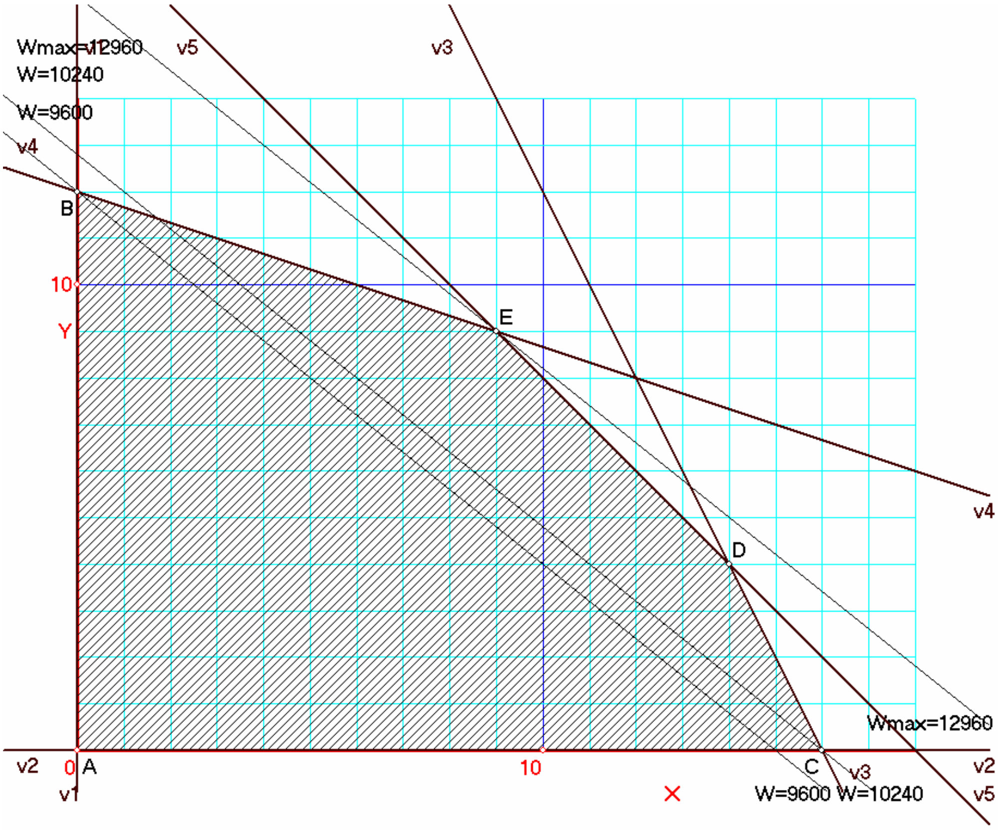
⇒ W_{max} = W(14,4) = 14.640 + 4.560 = 11200 euro

f. De voorwaarde voor de bekledingsafwerking is geen grenslijn bij punt D dus worden niet alle uren gebruikt op de bekledingsafdeling. Er worden daar 2.14 + 6.4 = 52 uren gebruikt .
Er worden dus 72 -52 = 20 uren niet gebruikt.

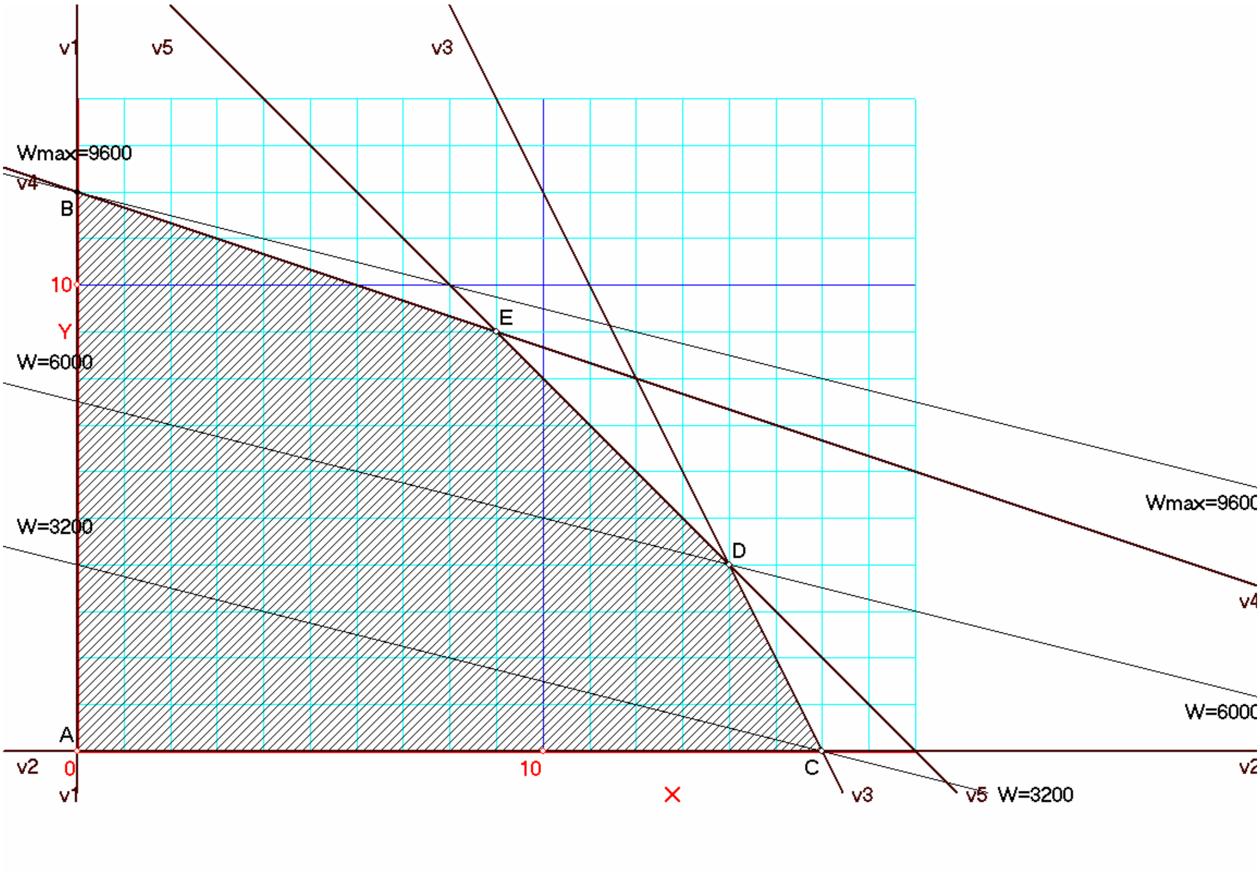
38. W = 640x + 800y

a.

Nu is: W(B) = W(0,12) = 800.12 = 9600 en W(C) = W(16,0) = 10240 ⇒ door nu naar rechts te schuiven komen we in punt E terecht voor het maximum. E = (9,9) ⇒
W(9,9) = 12960 ⇒ het maximum is nu dus 12960 euro . Dat is dus bij 9 fauteuils en 9 sofa's.
Kijk weer naar de grafiek , dan zie je dat de lijn v_3 niet in het maximale punt ligt .
Dat is dus bij de constructieafdeling . Er worden daar nu gebruikt : 6.9+3.9 = 81 uur . Er blijven daar dus 96 – 81 = 15 uren ongebruikt.



b. Nu is de winstfunctie $W = 200x + 800y$
Kijk nu naar onderstaande figuur. Dan geldt nu : W(C) = W(16,0) = 3200
W(D) = W(14,4) = 14.200 + 4.800 = 6000 $\Rightarrow$
Er is nu dus een maximum in punt B(0,12) dit zien we als we de isolijnen naar boven schuiven. Het maximum wordt nu : 0 + 800 . 12 = 9600 euro
Dus bij geen fauteuils en 12 sofa's.



39.

a.

	Bejaardenwoning	Villa	
Kapitaal	60000 euro	160000 euro	14400000 euro
Mandagen	150 dagen	200 dagen	24000 dagen
Winst	10000 euro	14000 euro	

b. $W = 10000x + 14000y$

c. 1^e: $x \geq 0$; 2^e: $y \geq 0$; 3^e ; $60000x + 160000y \leq 14400000 \Leftrightarrow 3x + 8y \leq 720$

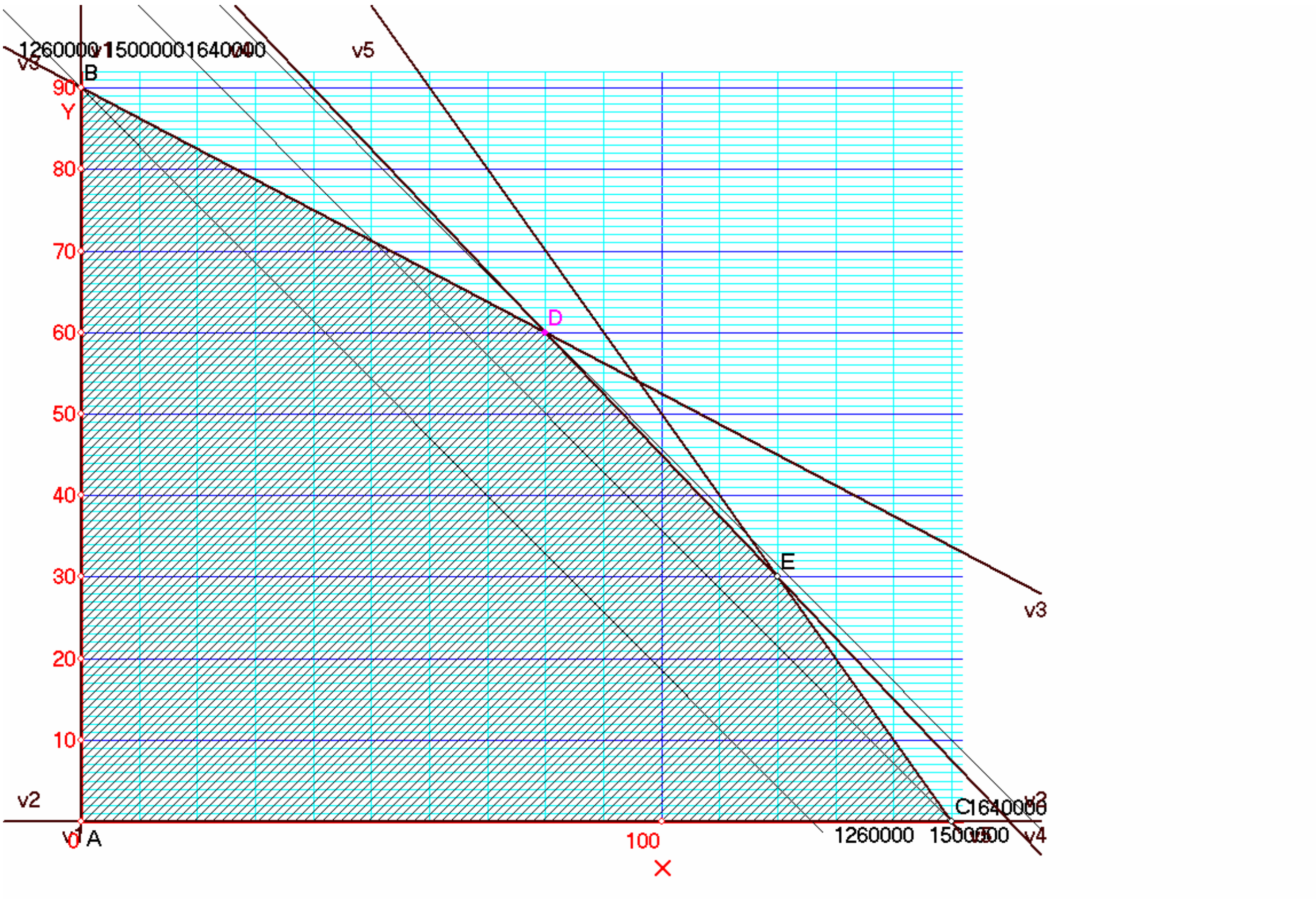
4^e : $150x + 200y \leq 24000 \Leftrightarrow 3x + 4y \leq 480$

5^e : maximaal 150 huizen $\Rightarrow x + y \leq 150$

Zie onderstaande figuur: de grenslijnen zijn : $x = 0$; $y = 0$; $3x + 8y = 720$:
$3x + 4y = 480$ en $x + y = 150$
De isolijn door B(0,90) = 90 . 14000 =1260000
De isolijn door C(150,0) = 150 . 10000 = 1500000
Met **precies** schuiven zie je dat het maximum is bij D het snijpunt van v3 en v4 dus van $3x+8y = 720$ en $3x + 4y = 480$ Nu nog D berekenen $\Rightarrow$

$$\begin{cases} 3x+8y=720 \\ 3x+4y=480 \end{cases} \text{aftrekken} \begin{cases} 4y=240 \\ 3x+4y=480 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=60 \\ 3x+240=480 \end{cases} \begin{cases} x=80 \\ y=60 \end{cases} \Rightarrow \text{D(60,80)}$$

$W_{max} = W(\text{D}) = W(60,80) = 80.10000 + 60.14000 = 1640000$ euro en de winst is dus maximaal bij 80 bejaardenwoningen en 60 villa's.



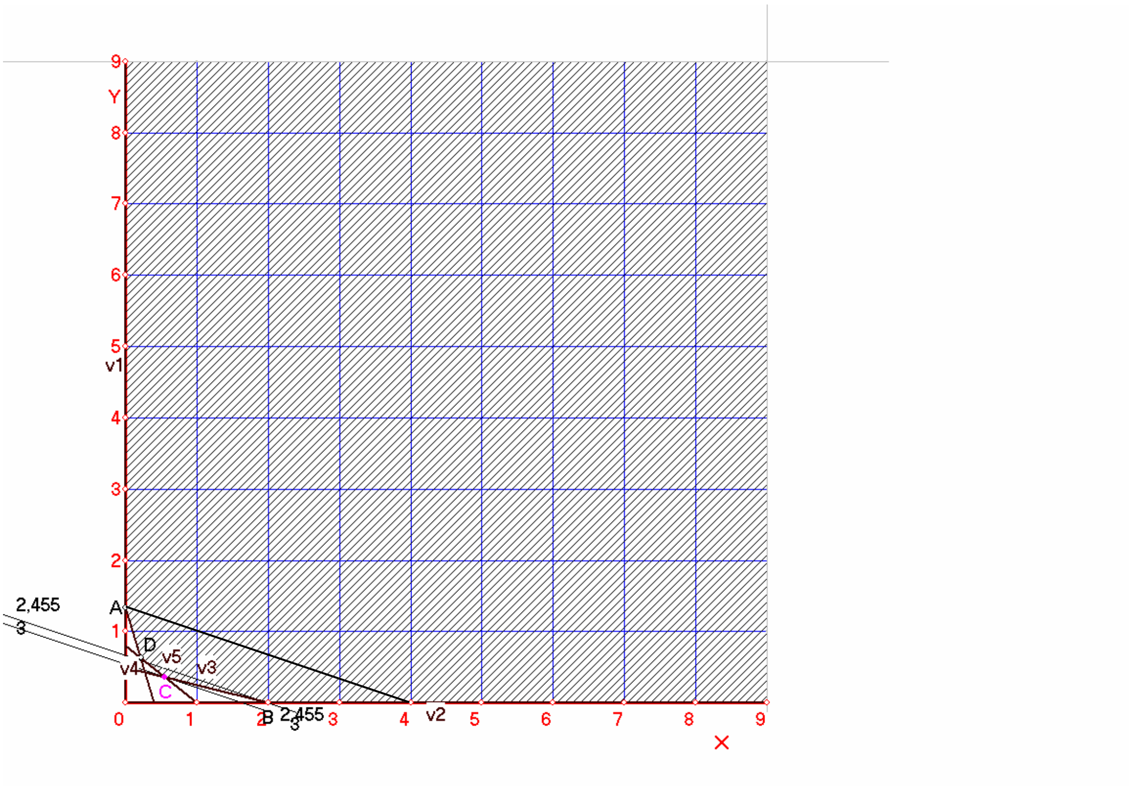
40.

a. Stel x kg groenten en y kg vlees in een blik. Doelfunctie is : $K = 1{,}50x + 4{,}50y$
Beperkende voorwaarden :
v_1 : $x \geq 0$; v_2 : $y \geq 0$; vet : $v_3 : 50x + 200y \geq 100 \Leftrightarrow x + 4y \geq 2$
eiwit: $v_4 : 250x + 75y \geq 100 \Leftrightarrow 10x + 3y \geq 4$;
koolhydraten: $v_5 : 200x + 250y \geq 200 \Leftrightarrow 4x + 5y \geq 4$

b. De grenslijnen voor het gebied zijn : $x = 0$; $y = 0$; $x + 4y = 2$; $10x + 3y = 4$ en $4x + 5y = 4$
de isolijn door B(2,0) geeft : $1{,}50 \,.\, 2 = 3 \Rightarrow 1{,}50x + 4{,}50y = 3 \Leftrightarrow x + 3y = 2$
Deze lijn gaat door de punten (2,0) en (-1,1)
De isolijn door (4,0) is dan : $6 \Rightarrow 1{,}50x + 4{,}50y = 6 \Leftrightarrow x + 3y = 4$
Met schuiven naar beneden vinden het minimum in punt C.

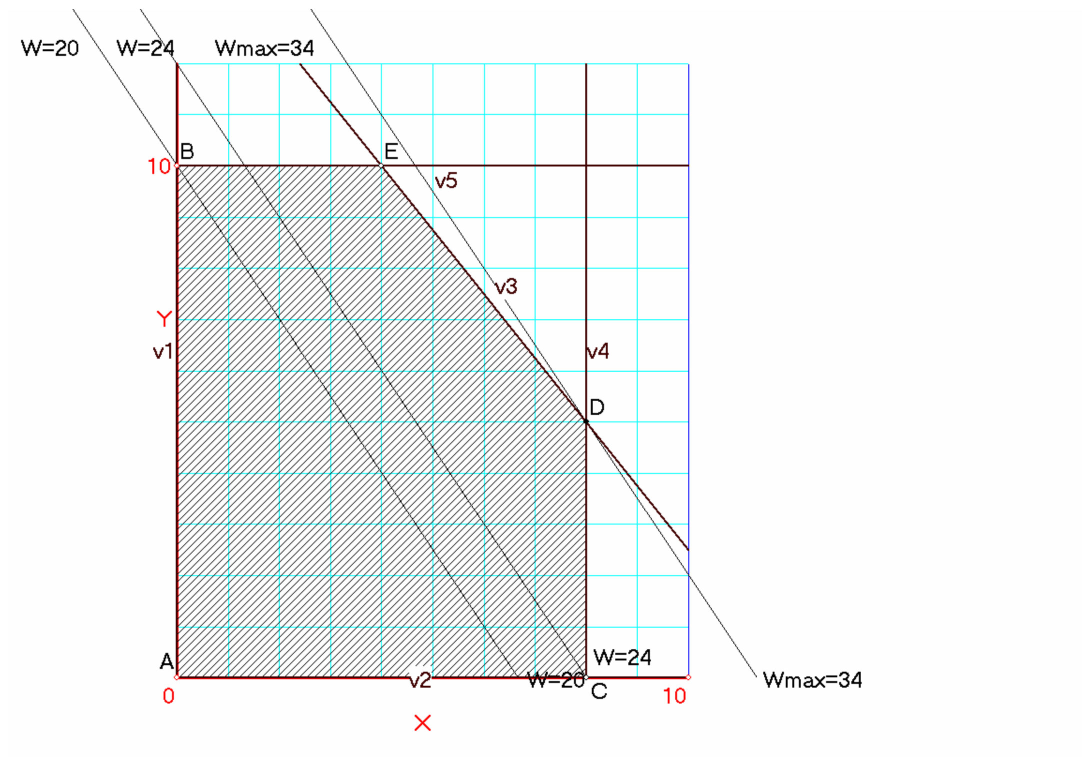
C berekenen: $\begin{cases} x + 4y = 2 \\ 4x + 5y = 4 \end{cases} \left| \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 16y = 8 \\ 4x + 5y = 4 \end{cases}$ aftrekken $\begin{cases} 11y = 4 \\ x+4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{4}{11} \\ x + \frac{16}{11} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{11} \\ y = \frac{4}{11} \end{cases}$

Het minimum is dus in punt C($\frac{6}{11}, \frac{4}{11}$) De samenstelling is dan:
$\frac{6}{11}$ kg $\approx$ 545 gram groenten en $\frac{4}{11}$ kg $\approx$ 364 gram vlees.



41.

a. Grenslijnen: $x = 0$; $y = 0$; $5x + 4y = 60$; $x = 8$ en $y = 10$



b. Isolijn door (0,10) = 20 $\Rightarrow 3x + 2y = 20$ door (0,10) en (4,4)
Isolijn door C(8,0) = 24 Met schuiven naar rechts is het maximum in punt D(8,5)

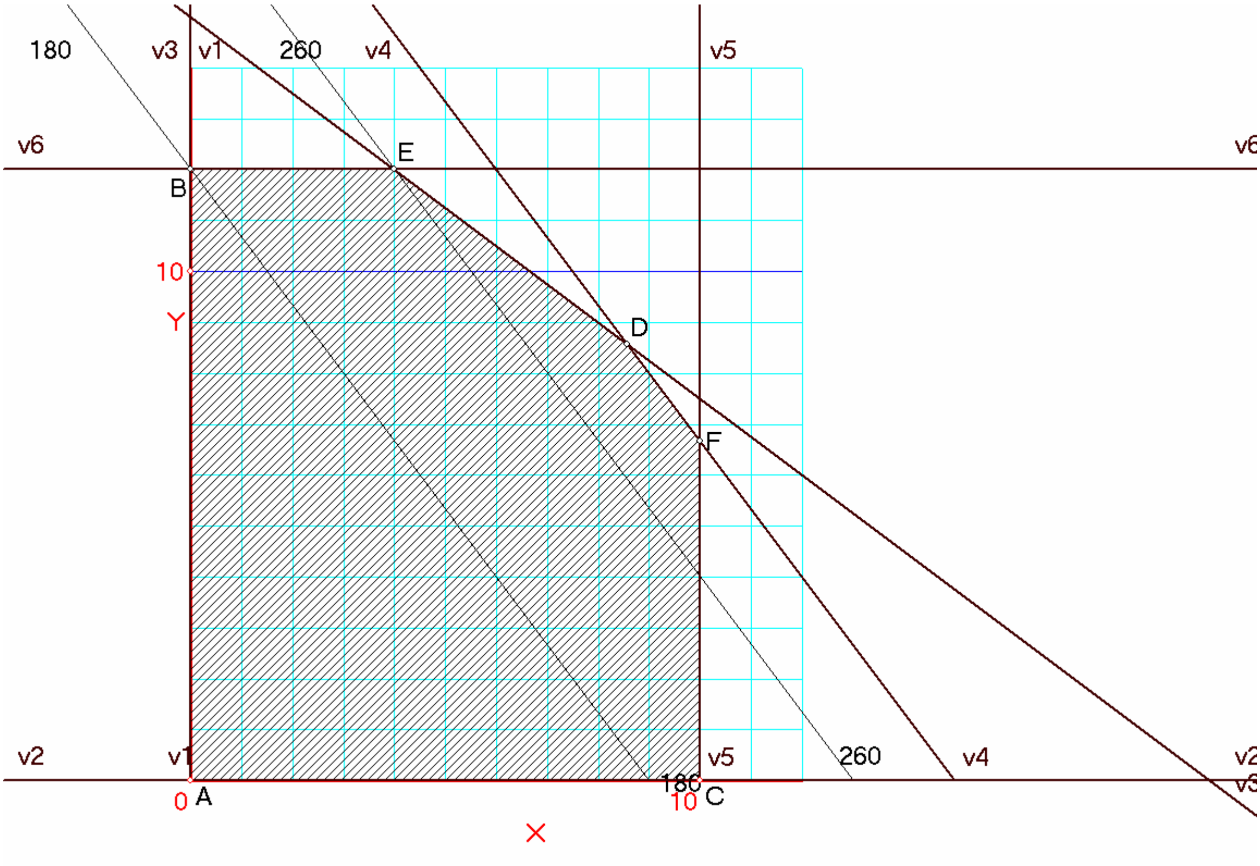
c. Bij doelfunctie $R = 10x + 8y$ lopen de isolijnen evenwijdig met de grenslijn DE dus met $5x + 4y = 60 \Rightarrow$ het maximum is dan bij alle punten op de grenslijn DE.

42.

a. $K = 8x + ay$ kan nooit evenwijdig met een horizontale lijn zijn want de vergelijking van de hor. lijn is : $y = c$ Doordat er $8x$ bijstaat kan K nooit evenwijdig zijn met $y = c$.

b. $R = px + 3y$ // met $6x + 5y = 30 \Rightarrow p = 3{,}6 \Rightarrow$ de r.c. = $-\frac{6}{5}$ Als $p = 4$ dan r.c. = $-\frac{p}{3} = -\frac{4}{3}$
$\Rightarrow$ deze lijn heeft een grotere negatieve r.c. en loopt dus steiler naar beneden.

43. Grenzen: $x = 0$; $y = 0$; $3x + 4y = 60$; $4x + 3y = 60$; $x = 10$ en $y = 12$



Isolijn door B(0,12) geeft $W = 180 \Rightarrow 20x + 15y = 180$ Deze lijn gaat dus door de punten (0,12) en (9,0)
Verder is getekend de isolijn door E(4,12) $\Rightarrow W = 260$
$W = 20x + 15y$ Iedere isolijn loopt evenwijdig met de grenslijn DF dus met de vergelijking:
$4x + 3y = 60$ want $\dfrac{20}{15} = \dfrac{4}{3}$
Nu nog de punten D en F berekenen. $\Rightarrow$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 60 \\ 4x + 3y = 60 \end{cases}\left|\begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 12y = 180 \\ 16x + 12y = 240 \end{cases} \text{ aftrekken } \begin{cases} -7x = -60 \\ 3x+4y=60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{60}{7} \\ \frac{180}{7} + 4y = \frac{420}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{60}{7} \\ 4y = \frac{240}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{60}{7} \\ y = \frac{60}{7} \end{cases}$$

Punt F vinden we door het berekenen van het snijpunt van $x = 10$ en de lijn $4x + 3y = 60 \Rightarrow 40 + 3y = 60 \Leftrightarrow 3y = 20 \Rightarrow y = 6\frac{2}{3} \Rightarrow F(10 , 6\frac{2}{3})$
Elk punt op het lijnstuk DF is dus een maximum. De maximale waarde is dus :
$10 . 20 + 6\frac{2}{3} .15 = 300$ voor dus ieder punt op DF

44.

a. Grenslijnen : $x = 0$; $y = 0$; $2x + y = 6$ en $x + 3y = 9$;

doelfunctie $W = ax + 6y$

W // met OC $\Rightarrow a = 0$

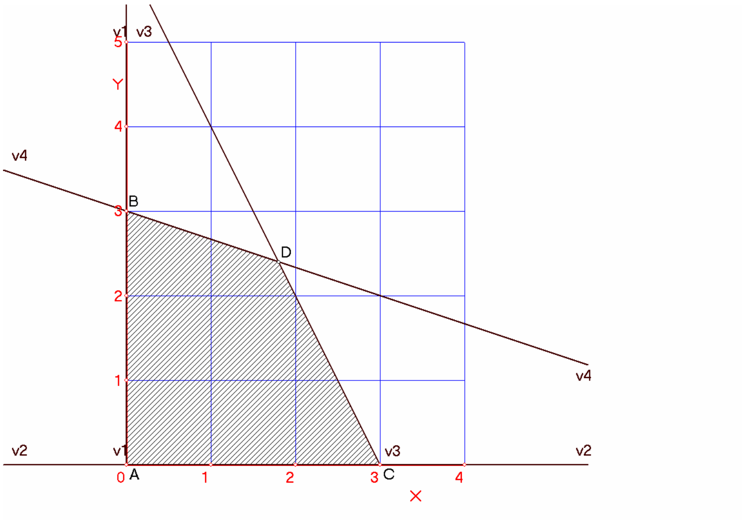
W // met AB kan niet .

W // met CD $\Rightarrow \frac{6}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$a = 12$

W // BD $\Rightarrow \frac{6}{a} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow$

$3a = 6 \Leftrightarrow a = 2$

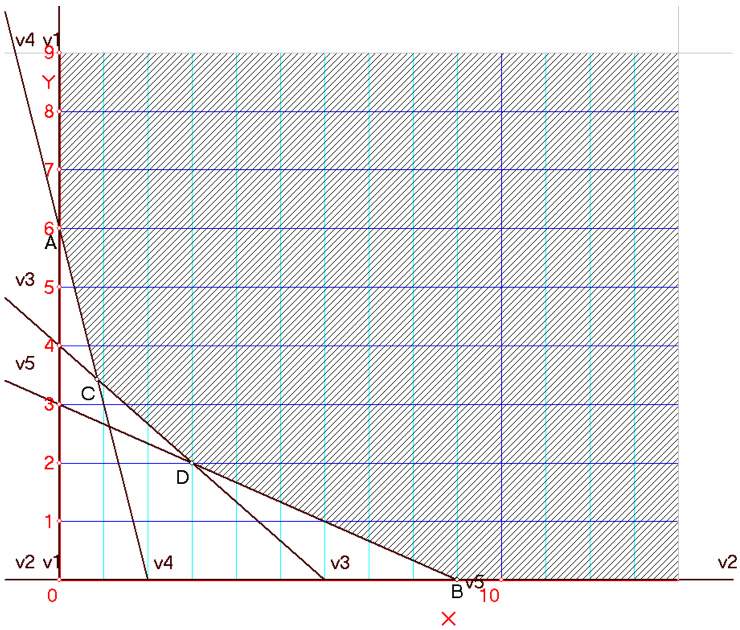


Bij $a = 0$ wordt $W = 6y$ Nu wordt W minimaal op de rand OC dus op de x-as.
Bij $a = 2$ wordt $W = 2x + 6y$. Bij toenemende waarden van x en y stijgt $\boldsymbol{W} \Rightarrow$ het is dus een maximum.
Ook bij $a = 12$ krijgen we dus ook een maximum.
Dus bij $a = 2 \vee a = 12$ krijgen we oneindig veel productie programma's die W maximaliseren.

b. Grens bij BD . Uit onderdeel a weten we dat $a = 2$ Nu moet de isolijn minder steil zijn dan van BD . r.c. BD = -1/3 Minder steil $\Rightarrow$ r.c. isolijn > -1/3 $\Leftrightarrow$ -a/6 > -1/3 $\Leftrightarrow$
-a > -2 $\Leftrightarrow$ a < 2

45.

a. Stel x = aantal keren 70 gram rijst en y is aantal keren 70 gram sojabonen.
De doelfunctie $K = 0{,}18x + 0{,}12y$ in euro's.
De beperkende voorwaarden zijn : $v_1 : x \geq 0$; $v_2 : y \geq 0$;
v_3: proteïne : $15x + 22{,}5y \geq 90$; v_4: cal. $3390x + 1130y \geq 6780$; v_5 : vit. $0{,}1x + 0{,}3y \geq 0{,}9$
Dit geeft de grenslijnen : $x = 0$; $y = 0$; $15x + 22{,}5y = 90 \Leftrightarrow 2x + 3y = 12$;
$3390x + 1130y = 6780 \Leftrightarrow 3x + y = 6$; $0{,}1x + 0{,}3y = 0{,}9 \Leftrightarrow x + 3y = 9$



Eerst nog de punten C en D berekenen ⇒ C:

$\begin{cases}3x+y=6\\2x+3y=12\end{cases}\begin{vmatrix}3\\1\end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}9x+3y=18\\2x+3y=12\end{cases}$ aftrekken $\begin{cases}7x=6\\2x+3y=12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{6}{7}\\\frac{12}{7}+3y=\frac{84}{7}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{6}{7}\\y=\frac{24}{7}\end{cases} \Rightarrow$

punt C ($\frac{6}{7},\frac{24}{7}$)

Punt D: $\begin{cases}2x+3y=12\\x+3y=9\end{cases}$ aftrekken $\begin{cases}x=3\\x+3y=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\3+3y=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$ ⇒ punt D(3.2)

Nu gaan we de waarden van de doelfunctie berekenen in de hoekpunten ⇒

K(B) = *K*(9,0) = 1,62 ; *K*(D) = *K*(3,2) = 3.0,18 + 2.0,12 = 0,78 ;

K(C) = $K(\frac{6}{7},\frac{24}{7}) = \frac{6}{7}.0{,}18+\frac{24}{7}.0{,}12 \approx 0{,}57$; *K*(A) = *K*(0,6) = 0,72

⇒ het minimum is bij het punt C($\frac{6}{7},\frac{24}{7}$) ⇒ Het voedselpakket moet bestaan uit $\frac{6}{7}.70 = 60$ gram rijst en uit $\frac{24}{7}.70 = 240$ gram sojabonen.

b. Stel de pijs van de rijst is *p* euro ⇒ *K* = *px* + 0,12*y*

Meer dan 1 oplossing ⇒ evenwijdigheid nagaan:

1^e^ : // met rand BD ⇒ $\frac{3}{1}=\frac{0{,}12}{p} \Leftrightarrow 3p=0{,}12 \Leftrightarrow p=0{,}04$

2^e^: // met rand CD ⇒ $\frac{3}{2}=\frac{0{,}12}{p} \Leftrightarrow 3p=0{,}24 \Leftrightarrow p=0{,}08$

3^e^: // met rand CA ⇒ $\frac{1}{3}=\frac{0{,}12}{p} \Leftrightarrow p=0{,}36$

4^e^: // met x-as ⇒ *p*= 0 kan niet

5^e^ : // y-as kan niet

⇒ Minimalisatie bij meer dan één voedselpakket krijg je bij een prijs van rijst van :
4 cent of van 8 cent of van 36 cent

46. Dat krijg je als de waarde van 2 hoekpunten hetzelfde is. Dan moet de waarde van het verbindingslijnstuk ook hetzelfde zijn.

47.

a. Stel *x* zakken van soort A en *y* zakken van soort B. De doelfunctie is : *K* = 45*x* + 52,50*y*

De beperkende voorwaarden zijn:

v_1 : $x \geq 0$; v_2 : $y \geq 0$; fosfaat: v_3 : $5x + 2{,}5y \geq 115 \Leftrightarrow 2x + y \geq 46$:

v_4 : nitraat: $7{,}5x + 7{,}5y \geq 240 \Leftrightarrow x + y \geq 32$; v_5 : kali : $1{,}25x + 2{,}5y \geq 55 \Leftrightarrow x + 2y \geq 44$

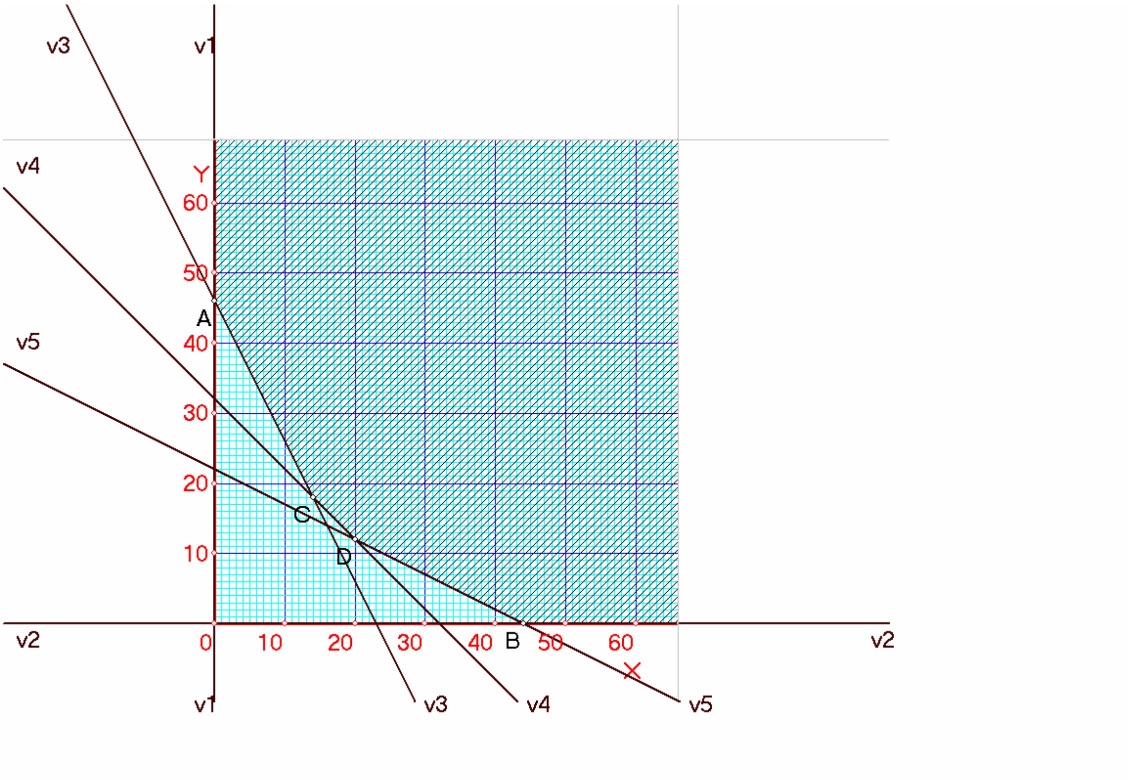
Grenslijnen: $x = 0$; $y = 0$; $2x + y = 46$; $x + y = 32$; $x + 2y = 44$ **Zie figuur.**

Nu de hoekpunten: B: $x + 2y = 44$ en $y = 0$ ⇒ B(44,0) ; A: $x = 0$ en $2x + y = 46$ ⇒ A(0,46)

C: $\begin{cases}2x+y=46\\x+y=32\end{cases}$ aftrekken $\begin{cases}x=14\\14+y=32\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=14\\y=18\end{cases}$ ⇒ C(14,18)

D: $\begin{cases}x+2y=44\\x+y=32\end{cases}$ aftrekken $\begin{cases}y=12\\x+y=32\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=20\\y=12\end{cases}$ ⇒ D(20,12)

Nu is verder: *K*(A) = *K*(0,46) = 2415 ; *K*(B) = *K*(44,0) = 1980 ; *K*(C) = *K*(14,18) = 1575 en *K*(D) = *K*(20,12) = 1530 ⇒ Bij D zijn de kosten minimaal ⇒ hij moet dan 20 zakken van soort A kopen en 12 zakken van soort B.



b. Stel de prijs van soort B is *b* euro dan $K = 45x + by$
Meer dan één optimaal programma ⇒ evenwijdigheid bekijken:
1^e: // met de x-as kan niet ; 2^e: // met de y-as dan zou *b* 0 moeten zijn en dat kan niet
3^e : // met BD dus met $x + 2y = 44 \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{b}{45} \Rightarrow b = 90$
4^e : // met CD dus met $x + y = 32 \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{b}{45} \Rightarrow b = 45$
5^e : // met AC dus met $2x + y = 46 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{b}{45} \Rightarrow 2b = 45 \Leftrightarrow b = 22{,}50$
Dus de prijs kan 90 euro of 45 euro of 22,50 euro zijn.

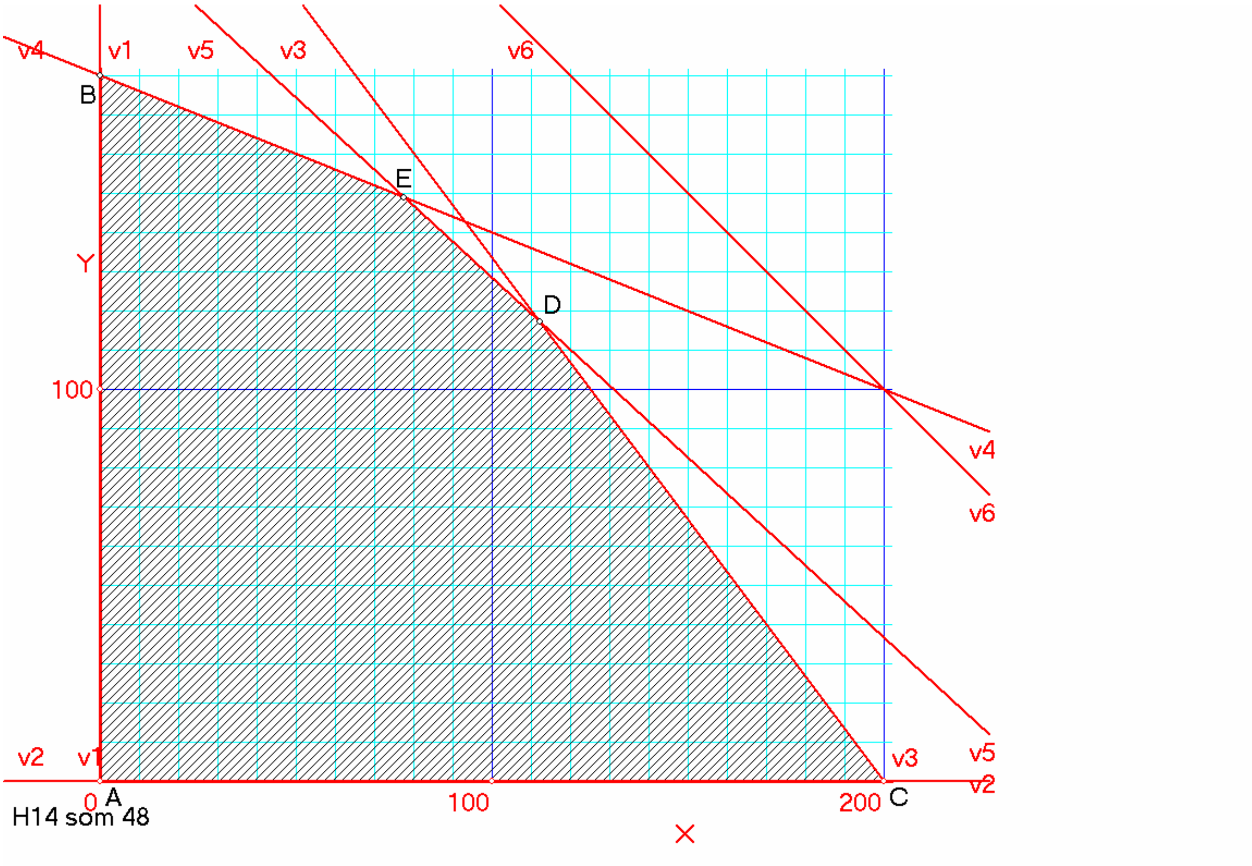
c. Uitsluitend van soort A en *K* minimaal ⇒ de isolijn met K minimaal moet door het punt B gaan . Dit kan alleen als de isolijn door B minder steil is als lijn BD. De r.c. van BD is -0,5 ⇒ de r.c van de isolijnen moet groter dan -0,5 zijn en omdat we in A een minimum hebben, dan moet de r.c. wel kleiner dan 0 zijn. ⇒ de prijs van B is meer dan 2 keer zo duur als de prijs van A.

d. In zak A zit aan grondstoffen : 5 + 7,5 + 1,25 = 13,75 kg
In zak B zit aan grondstoffen : 2,5 + 7,5 + 2,5 = 12,50 kg
De doelfunctie $L = 13{,}75x + 12{,}50y$
Nu weer kijken naar de hoekpunten en bereken daarbij de waarde van *L*. ⇒
L(B) = L(44,0) = 605 ; L(D) = L(20,12) = 425 ; L(C) = L(14,18) = 417,5 en L(A) = L(0,46) = 575 ⇒ Het minimum is nu bij C(14,18)
Hij zal dan dus 14 zakken van soort A kopen en 18 zakken van soort B.

48.

a. Beperkende voorwaarden: $x \geq 0$; $y \geq 0$; arbeid : $10x + 7{,}5y \leq 2000$;
polyetheen: $0{,}2x + 0{,}5y \leq 90$; polyester : $1{,}1x + 1{,}2y \leq 264$; kleurstoffen : $5x + 5y \leq 1500$
De winstfunctie wordt: $W = 350x + 300y$

De grenslijnen worden : v_1 : : $x = 0$; v2 : $y = 0$; v_3: $10x + 7{,}5y = 2000 \Leftrightarrow 4x + 3y = 800$;
v_4: $0{,}2x + 0{,}5y = 90 \Leftrightarrow 2x + 5y = 900$; v_5 : $1{,}1x + 1{,}2y = 264 \Leftrightarrow 11x + 12y = 2640$;
v_6 : $5x + 5y = 1500 \Leftrightarrow x + y = 300$



Nu de hoekpunten: C(200,0) ; B: $\Rightarrow x = 0$ en $2x + 5y = 900 \Rightarrow 5y = 900 \Rightarrow$ B(0,180)

D: $\begin{cases} 4x+3y=800 \\ 11x+12y=2640 \end{cases} \left|\begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} 16x+12y=3200 \\ 11x+12y=2640 \end{cases}$ aftrekken $\begin{cases} 5x=560 \\ 4x+3y=800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=112 \\ 448+3y=800 \end{cases}$

$\begin{cases} x=112 \\ 3y=352 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=112 \\ y=117\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow$ D$(112,117\frac{1}{3})$

E:
$\begin{cases} 11x+12y=2640 \\ 2x+5y=900 \end{cases} \left|\begin{matrix} 5 \\ 12 \end{matrix}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} 55x+60y=13200 \\ 24x+60y=10800 \end{cases}$ aftrekken $\begin{cases} 31x=2400 \\ 2x+5y=900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\approx 77{,}4 \\ 154{,}...+5y=900 \end{cases}$

$\begin{cases} x\approx 77{,}4 \\ 154{,}...+5y=900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\approx 77{,}4 \\ 5y=745{,}... \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\approx 77{,}4 \\ y\approx 149{,}0 \end{cases} \Rightarrow$ E(77,4 ; 149,0)

Nu de waarde van de $W \Rightarrow W$ (C) = W(200,0) = 70000 ; W(B) = W(0,180) = 54000 ;
W(D) = $W(112,117\frac{1}{3})$ = 74400 en W(E) = W(77,4 ; 149,0) = 71790

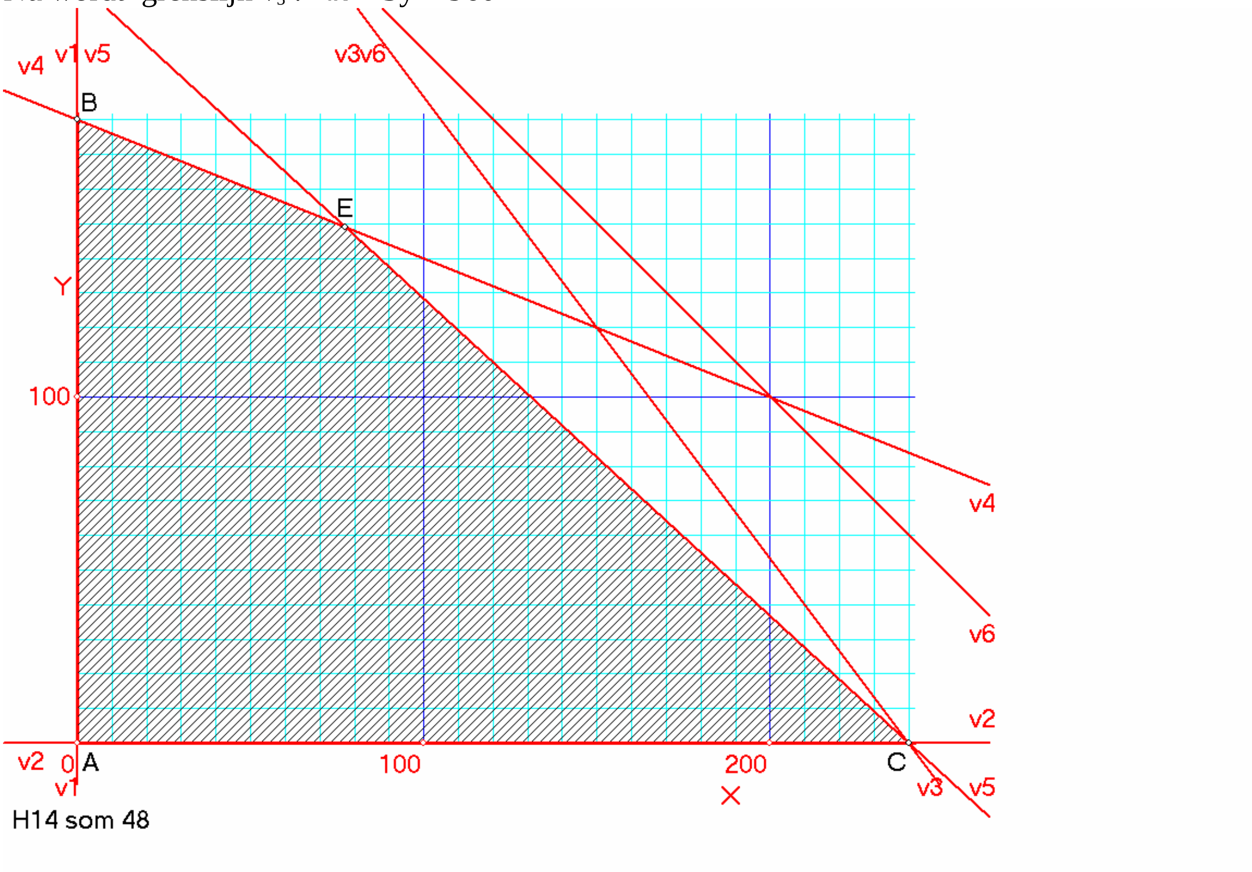
$\Rightarrow$ het maximum is 74400 euro in punt D.

Bekijk de figuur dan zien we voor waarden v_4 en v_6 niet door D gaan $\Rightarrow$ het poluetheen en de kleurstoffen.

Gebruik polyetheen: $112.0{,}2 + 117\frac{1}{3}.0{,}5 \approx 81{,}07$ Dus er blijft over : $90 - 81{,}07 = 8{,}93$ m^2

Gebruik kleurstoffen: $5.112 + 5.117\frac{1}{3} \approx 1146{,}7$ liter . Er blijft over $1500 - 1146{,}7 = 353{,}3$ liter

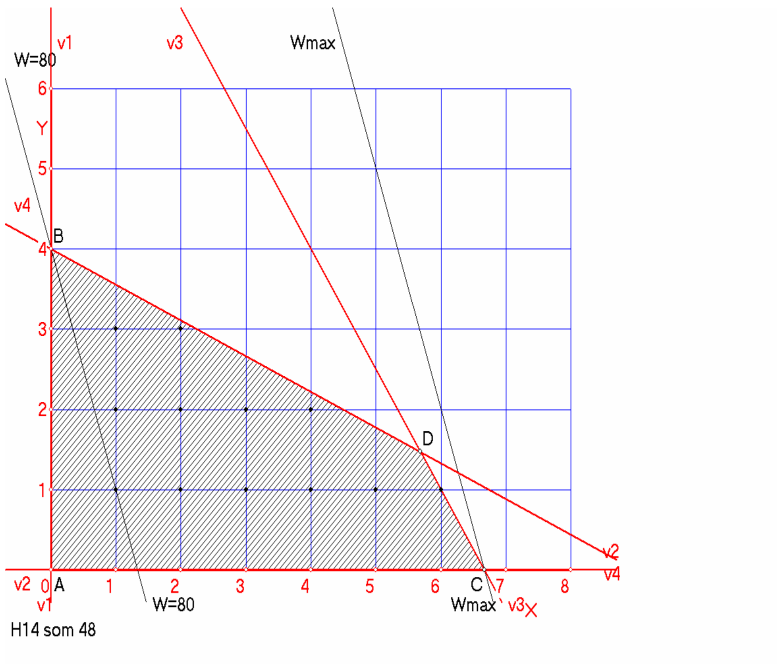
b. Nu verandert de beperkende voorwaarde voor arbeid $\Rightarrow 10x + 7{,}5y \leq 2400$
Nu wordt grenslijn v_3 : $4x + 3y = 960$



Nu B(0,180) en C(240,0) en E(77,4 ; 149,0)
$\Rightarrow W(\text{B}) = W(0{,}180) = 54000$; $W(\text{C}) = W(240{,}0) = 84000$ en
$W(\text{ E }) = W(77{,}4 ; 149{,}0) = 74400$
Het maximum is dus nu 84000 euro in punt C en dat is een toename van
$$\frac{84000-74400}{74400}.100\% \approx 12{,}9\%$$

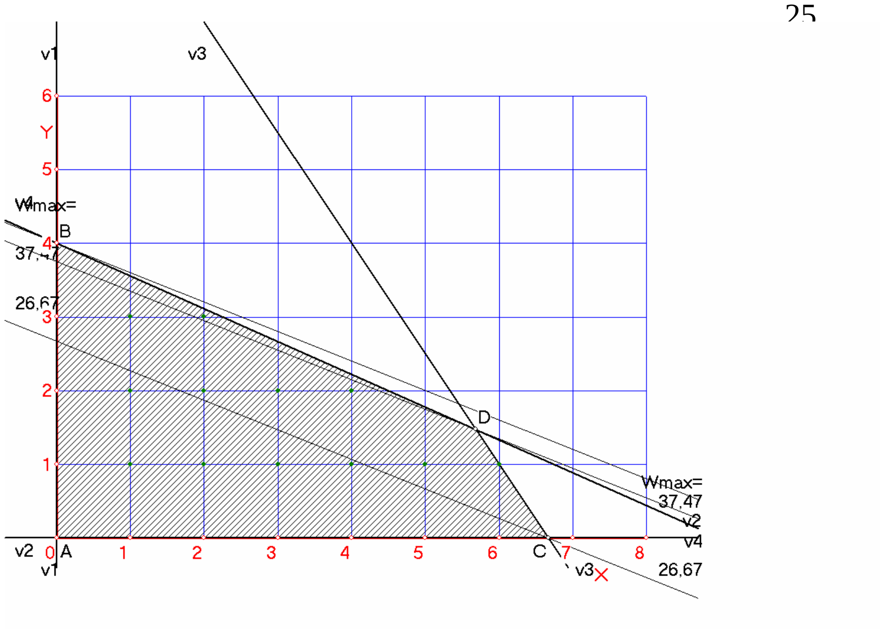
49.

a. Grenslijnen: $x = 0$; $y = 0$ $3x + 2y = 20$ en
$4x + 9y = 36$
We zien met schuiven van de isolijnen dus dat er een maximum is in punt C.
Dat is echter geen roosterpunt.
Neem dus de roosterpunten zo dicht mogelijk bij C en bereken de waarde van de doelfunctie. $\Rightarrow W_1(6{,}0) = 360$ en
$W_1(6{,}1) = 380$ $\Rightarrow W_1$ is maximaal 380 in het punt (6,1)

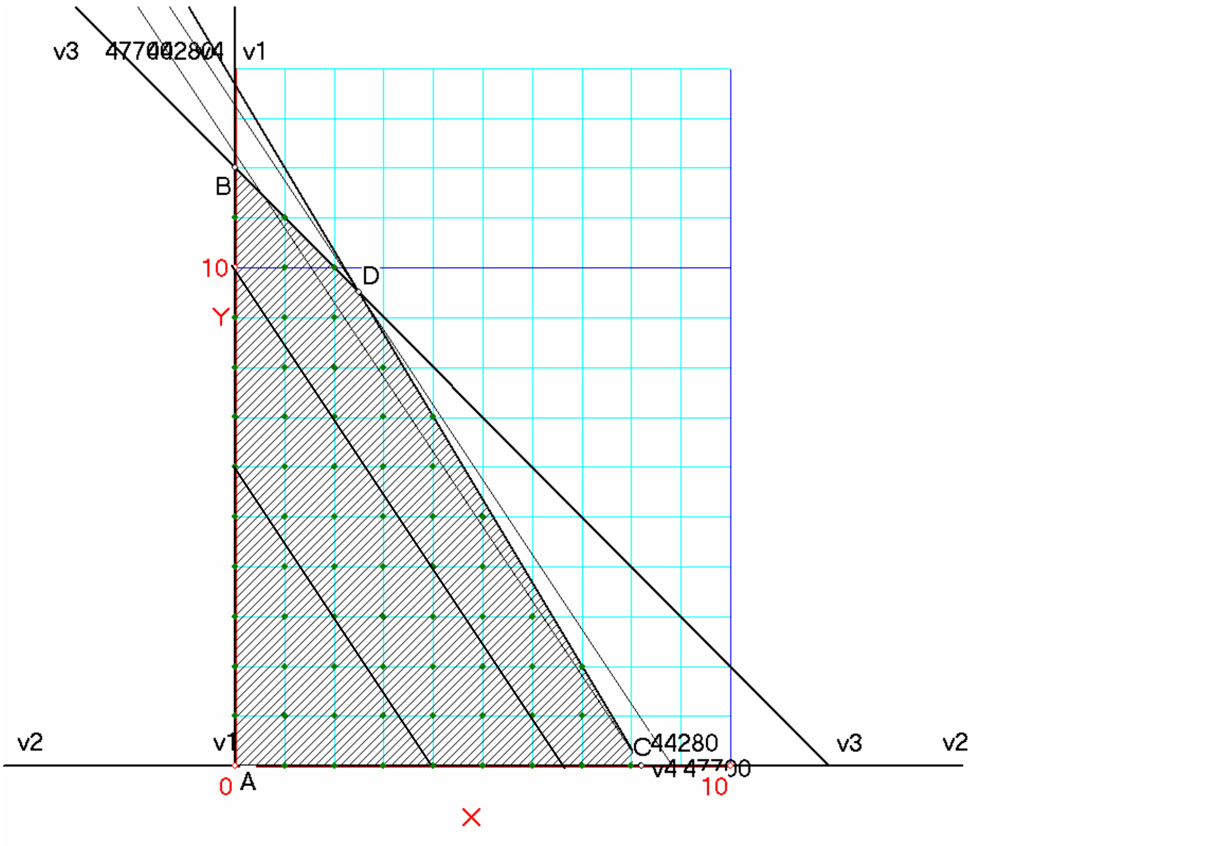


b. Nu $W_2 = 4x + 10y$

Nu zie je door isolijnen te tekenen dat het maximum is bij het punt (0,4)
Dit is al een roosterpunt $\Rightarrow$ maximum in punt (0,4) van 40



50. Stel x is het aantal Amerikaanse vliegtuigen en y is het aantal Engelse vliegtuigen.
beperkende voorwaarden: $x \geq 0$; $y \geq 0$; maximaal aantal : $x + y \leq 12$;
bemanning: $5x + 3y \leq 41$ met natuurlijk x en y geheel
Doelfunctie : V = 5400x + 3600y
Grenslijnen : $v_{1:}$ $x = 0$; v2: $y = 0$; v_3: $x + y = 12$; v_4: $5x + 3y = 41$

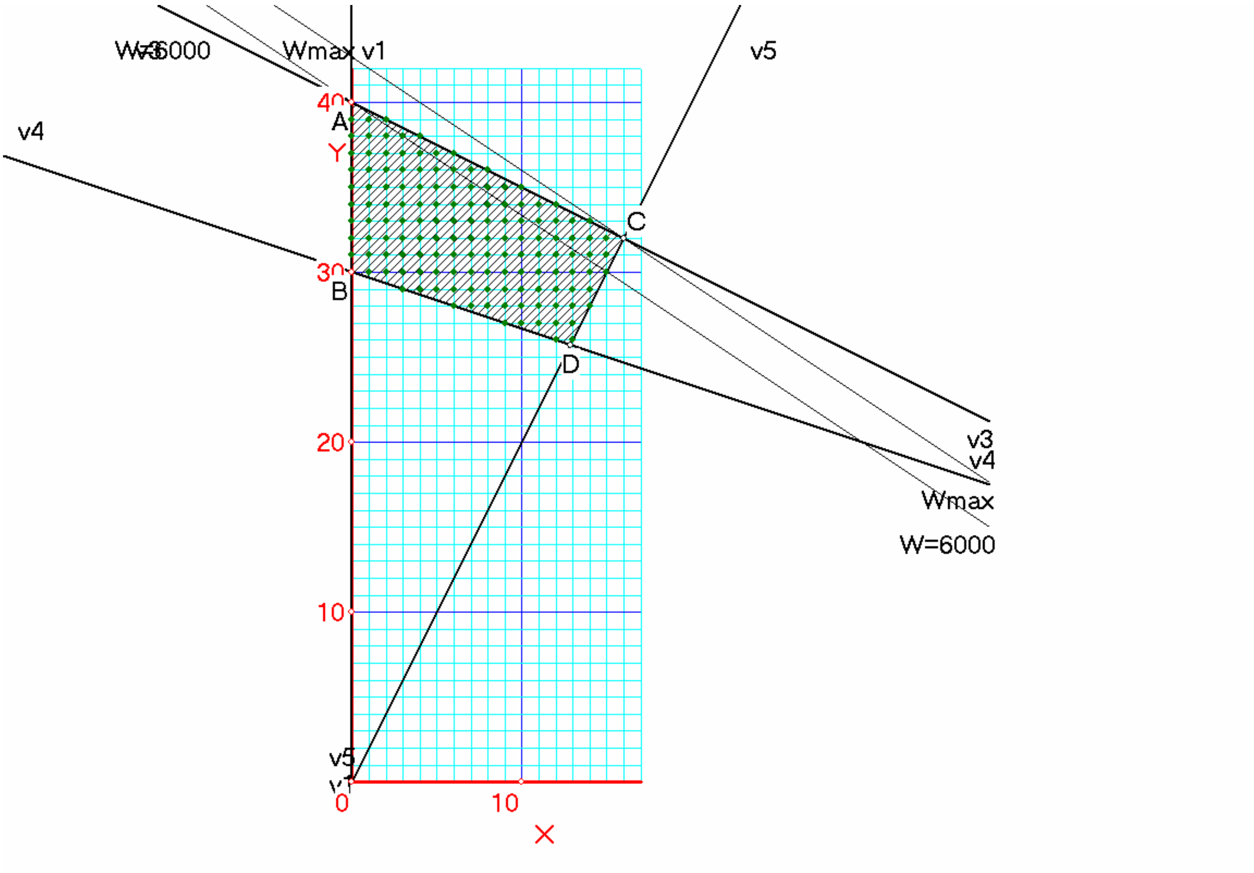


De isolijn door (4,0) wordt : $5400x + 3600y = 21600$ dus door (4,0) en (0,6)
De isolijn door (0,10) wordt : $5400x + 3600y = 36000$ dus door (0,10) en (6,1)
Nu blijkt dat het maximum bereikt wordt met schuiven in punt D. Dat punt is geen roosterpunt dus moeten we roosterpunten zoeken met maximale doelwaarde. Hier moet je uitkijken, want de isolijnen lopen bijna evenwijdig met de grenslijn CD.

Na wat zoeken vinden we de maximale roosterpunten (2,10) en (4,7)
Dus bij 2 Amerikaanse en 10 Engelse vliegtuigen is er een maximale vracht of bij 4 Amerikaanse en 7 Engelse vliegtuigen is er een maximum.

51.

a. Stel x is het aantal vierpersoonskamers en y het aantal twaalfpersoonskamers.
Doelfunctie $W = 100x + 150y$
Beperkende voorwaarden: $x \geq 0$; $y \geq 0$; ruimten: $x + 2y \leq 80$; personen: $4x + 12y \geq 360$; verhouding: $y \geq 2x$. x en y zijn geheel.
Grenslijnen: :v_1 : $x = 0$; v_2 : $y = 0$; v_3 : $x + 2y = 80$; v_4: $4x + 12y = 360 \Leftrightarrow x + 3y = 90$;
v_5 : $y = 2x$



De isolijn door (0,40) wordt $100x + 150y = 6000$ door de punten (0,40) en (15,30)
We zien dus met schuiven dat er een maximum is in punt C.

C: $\begin{cases} x+2y=80 \\ y=2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4x=80 \\ y=2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16 \\ y=32 \end{cases} \Rightarrow$ C(16,32) Dit is gelukkig een roosterpunt $\Rightarrow$

W is dus maximaal bij 16 vierpersoonskamers en 32 twaalfpersoonskamers.

b. Stel bij deze verandering : $W = 100x + ay$
Nu zijn er meerdere oplossingen $\Rightarrow$ de evenwijdigheid bekijken.

1e: // met AC dus met $x + 2y = 80 \Rightarrow \dfrac{2}{1} = \dfrac{a}{100} \Leftrightarrow a = 200$

2e: // met CD dus met $y = 2x \Leftrightarrow -2x + y = 0 \Rightarrow \dfrac{1}{-2} = \dfrac{a}{100} \Leftrightarrow -2a = 100 \Leftrightarrow a = -50$ dat kan niet.

3e: // met BD komt niet in aanmerking want er is dan geen maximum.

4e: // met de y-as $\Rightarrow a =$ 0 ook dan is er geen bruikbare oplossing.

$\Rightarrow$ de winst is dus 200 euro per dag.

52.

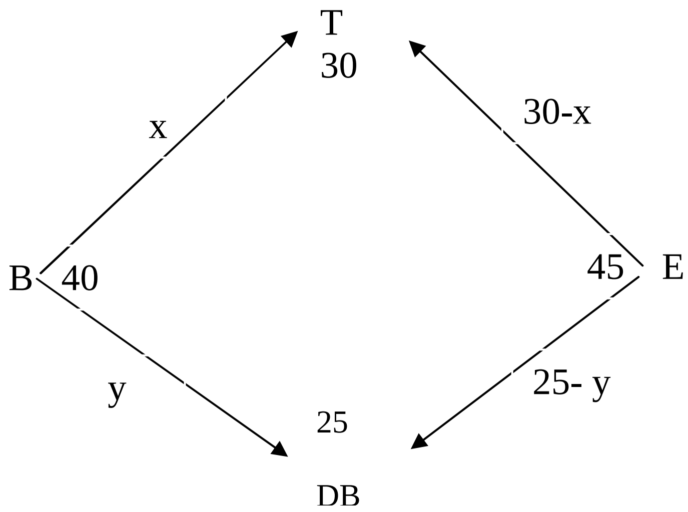
a. Van Zutphen naar Apeldoorn zijn dat er 50 – 20 = 30 tv's.
Van Zutphen naar Doetinchem zijn dat er 60 – 30 = 30 tv's.
De transportkosten zijn dan: 20.15 + 30.21 + 30.9 + 30.18 = 1740 euro

b. 50 tv's van Almelo naar Apeldoorn en 0 tv's van Zutphen naar Apeldoorn.
40 van Almelo naar Doetinchem $\Rightarrow$ 60 – 40 = 20 van Zutphen naar Doetinchem.
De transportkosten zijn dan : 50 . 15 + 0 . 9 + 40 . 21 + 20 . 18 = 1950 euro

c. Dan moet gelden : $x + y \leq 90$

53.

a.

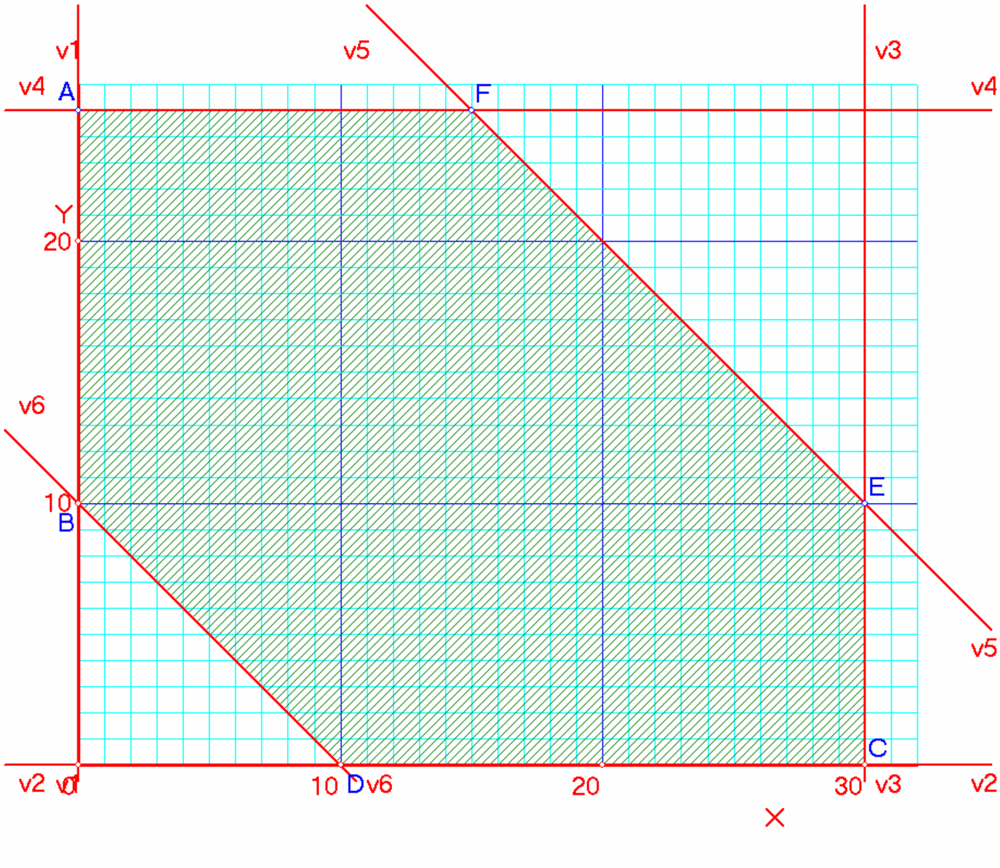


b. Beperkende voorwaarden: $x \geq 0$; $y \geq 0$; $30 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 30$; $25 - y \geq 0 \Leftrightarrow y \leq 25$;
$x + y \leq 40$ en $30 - x + 25 - y \leq 45 \Leftrightarrow x + y \geq 10$

c. Doelfunctie: $T = 25x + 35y + 15.(30 - x) + 30.(25 - y) = 25x + 35y + 450 - 15x + 750 - 30y$
$= 10x + 5y + 1200$
Grenslijnen voor het gebied: v_1: x = 0 ;v_2 : $y = 0$;v_3 : $x = 30$;v_4 : $y = 25$; v_5 : $x + y = 40$ en v_6 : $x + y = 10$

Zie ook het gebied: Bij de doelfunctie moeten x en y zo klein mogelijk zijn $\Rightarrow$ in aanmerking komen dus de punten D en B.
D: $y = 0$ en $x + y = 10 \Leftrightarrow x = 10$ en $y = 0 \Rightarrow$ D(10,0)
en punt B dan $x = 0$ en $x + y = 10 \Rightarrow x = 0$ en $y = 10 \Rightarrow$ B(0,10)

Nu geldt: T(D) = T(10,0) = 100 + 0 + 1200 = 1300
en T(B) = T(0,10) = 0 + 50 + 1200 = 1250
$\Rightarrow$ Er is dus een minimum in punt B van 1250 euro. Er gaan dan 0 bankstellen van Breda naar Tilburg en 10 bankstellen van Breda naar Den-Bosch



d. Meer dan 1 optimale manier $\Rightarrow$ evenwijdigheid gebruiken.
Stel de nieuwe doelfunctie is : T = 25x + py + 15(30 – x) + 30(25 – y) = 10x + py – 30y + 1200 = 10x + (p – 30)y + 1200

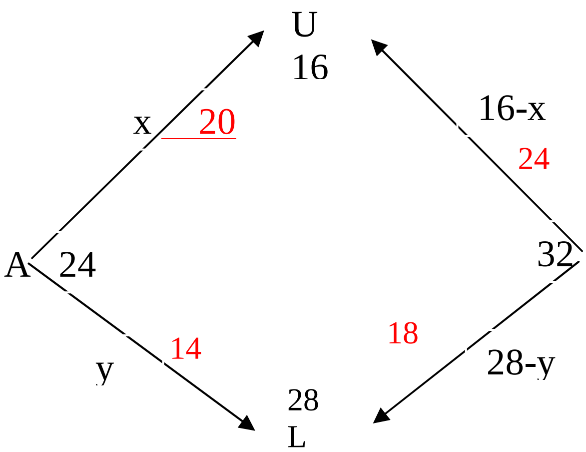
1. Evenwijdig met BD $\Rightarrow \dfrac{p-30}{10} = \dfrac{1}{1} \Leftrightarrow p - 30 = 10 \Leftrightarrow p = 40$
2. Evenwijdig met de x-as Dit kan niet
3. Evenwijdig met de y-as $\Rightarrow p = 30$

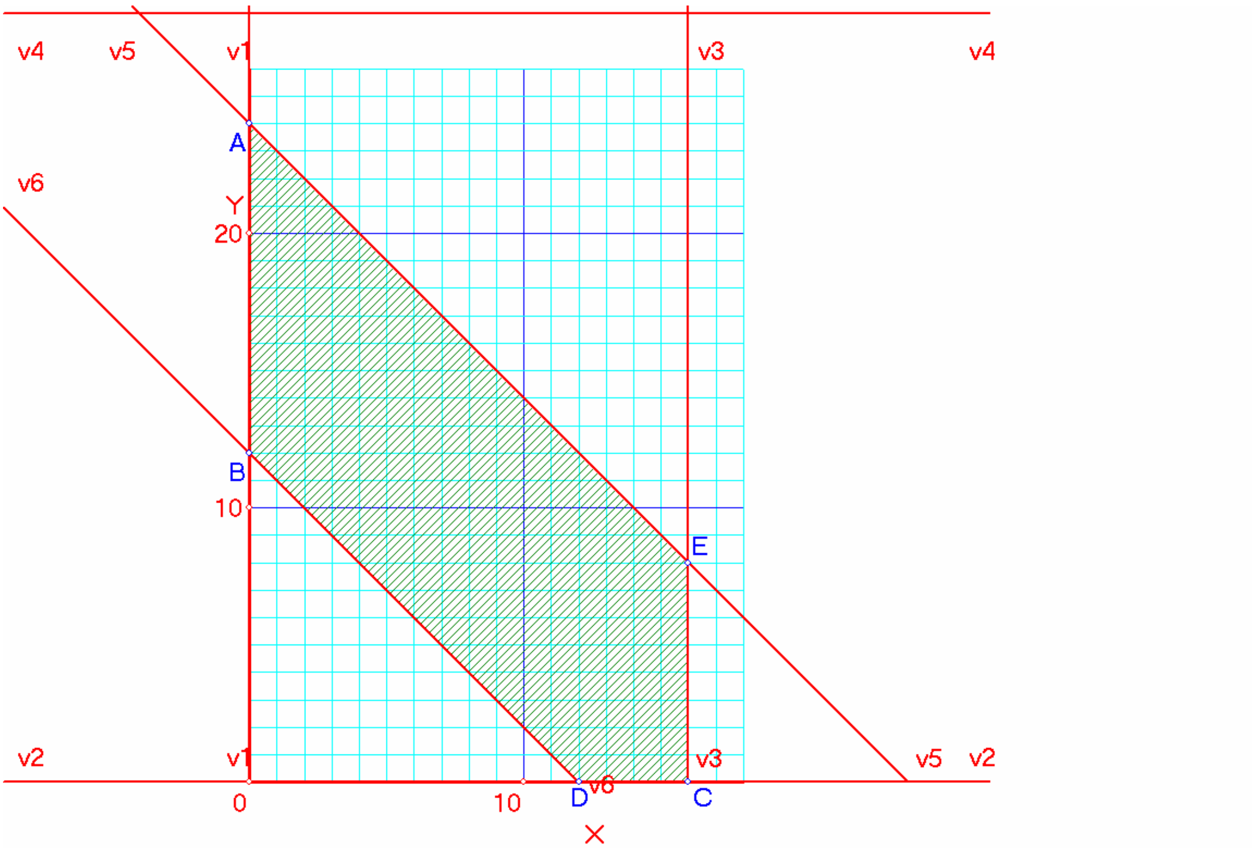
$\Rightarrow$ De transportkosten van Breda naar Den-Bosch kunnen dan 30 of 40 euro zijn.

54. We gaan eerst het probleem vereenvoudigen door een graaf.

De doelfunctie : $T = 20x + 14y + 24(16 - x) + 18(28 - y) \Leftrightarrow$
$T = -4x - 4y + 888$
De beperkende voorwaarden:
$x \geq 0$; $y \geq 0$; $16 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 16$;
$28 - y \geq 0 \Leftrightarrow y \leq 28$; $x + y \leq 24$ en
$28 - y + 16 - x \leq 32 \Leftrightarrow x + y \geq 12$

De grenslijnen: $v_1 : x = 0$; $v_2 : y = 0$;
$v_3 : x = 16$; $v_4 : y = 28$; v_5 ; $x + y = 24$;
v_6: $x + y = 12$





Minimum berekenen $\Rightarrow$ x en y zo groot mogelijk $\Rightarrow$ In aanmerking komen de punten E en A.
E : x = 16 en $x + y = 24 \Rightarrow$ E(16,8) en A : x = 0 en $x + y = 24 \Rightarrow$ A(0,24)
De waarde van de doelfunctie in deze punten:
T (E) = T(16,8) = -64 -32 +888 = 792 en
T(A) = T(0,24) = 0 -4.24 + 888 = 792 **gelijke waarden $\Rightarrow$ de transportkosten zijn minimaal voor alle punten op het lijnstuk AE ,waarbij de punten gehele coördinaten hebben**.

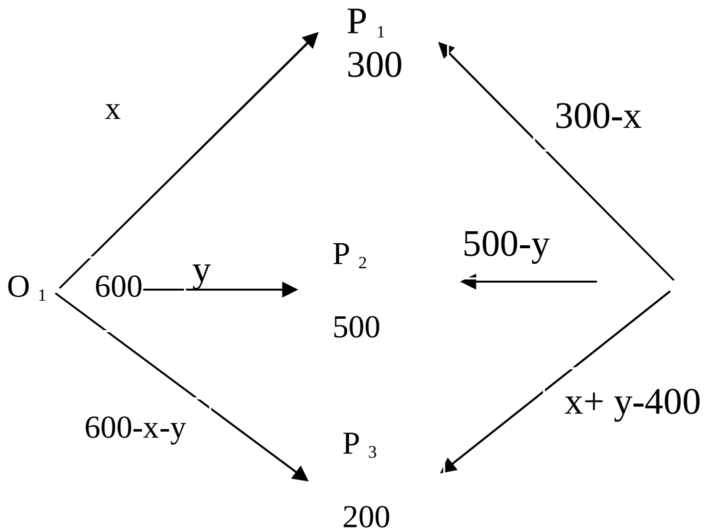
55.
a. Men krijgt het volgende :
1^e: de aantallen zijn groter of gelijk aan nul en 2^e: de totalen uit de magazijnen. $\Rightarrow$
$x \geq 0$ en $y \geq 0$ en $30 - x \geq 0$ en $35 - y \geq 0$ en $x + y \leq 80$ en $30 - x + 35 - y \leq 60$ $\Leftrightarrow$
$x \geq 0$ en $y \geq 0$ en 30 $x \leq 30$ en $y \leq 35$ en $x + y \leq 80$ en $x + y \geq 5$

$x \leq$ 80 is overbodig ,want er geldt al $x \leq 30$
$y \leq$ 80 is ook overbodig , want er geldt : $y \leq 35$
verder is $30 - x \leq 60 \Leftrightarrow x \geq -30$ overbodig want $x \geq 0$
$35 - y \leq 60 \Leftrightarrow y \geq -25$ is ook niet nodig ,want $y \geq 0$
De voorwaarden bij onderdeel 3 staan al bij onderdeel 1.
b. Zie bij vraag a de onderdelen 1 en 2.

56.

a. Aantal zakken van O_1 naar $P_3 = 600 - x - y$

b.

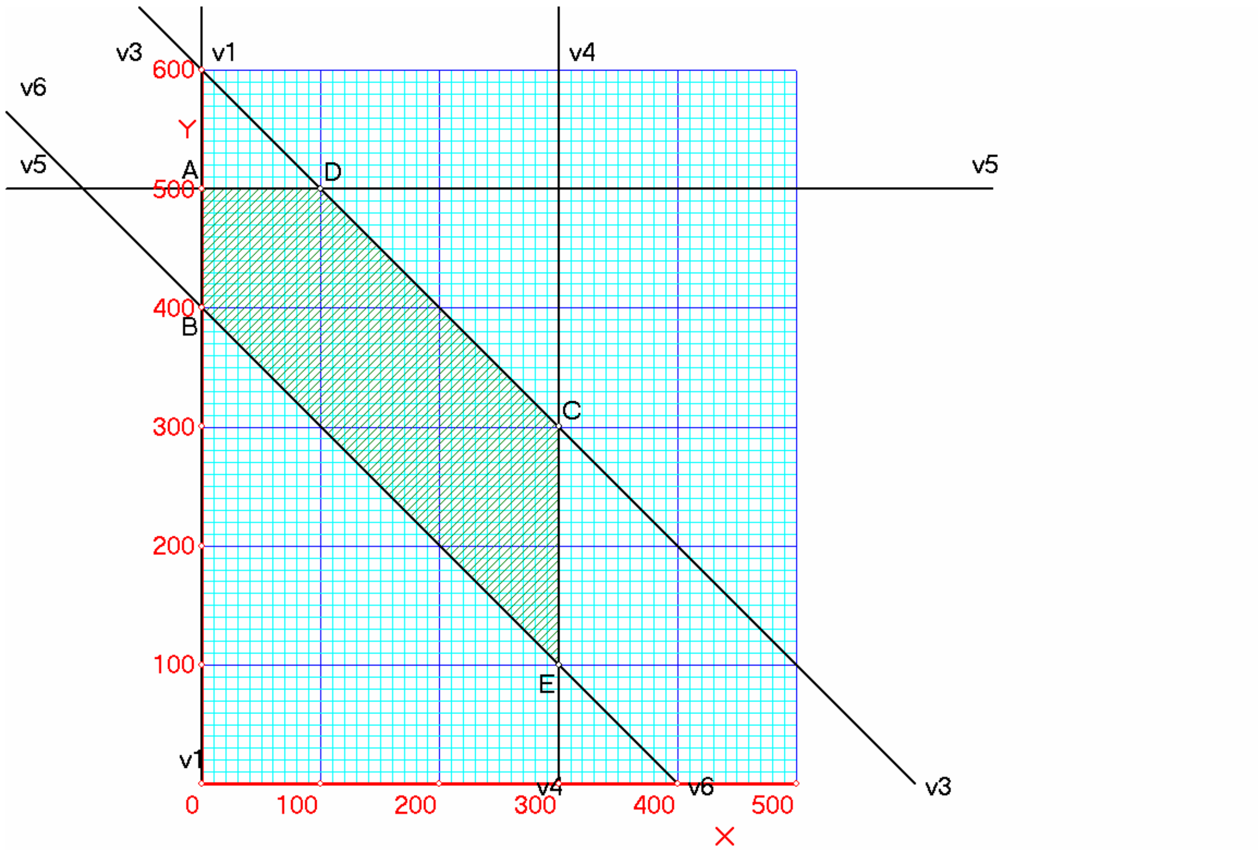


c. Beperkende voorwaarden: $x \geq 0$; $y \geq 0$
Verder nog : $600 - x - y \geq 0 \Leftrightarrow x + y \leq 600$; $300 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 300$; $500 - y \geq 0 \Leftrightarrow$
$y \leq 500$; $x + y - 400 \geq 0 \Leftrightarrow x + y \geq 400$

d. Totale transportkosten : $T = 2{,}25x + 2{,}5y + 3.(600 - x - y) + 1{,}50.(300 - x) + 1{,}00.(500 - y) +$
$2{,}50.(x + y - 400) = 2{,}25x + 2{,}50y + 1800 - 3x - 3y + 450 - 1.50x + 500 - y +$
$2{,}50x + 2{,}50y - 1000 = 0{,}25x + y + 1750$

e. Grenslijnen :

$v_1 : x \geq 0$; $v_2 : y \geq 0$; $v_3 : x + y = 600$; $v_4 : x = 300$; $v_5 : y = 500$; $v_6 : x + y = 400$



We moeten het minimum berekenen $\Rightarrow$ *x* en *y* zo klein mogelijk $\Rightarrow$ kijken dus naar de punten E en B.

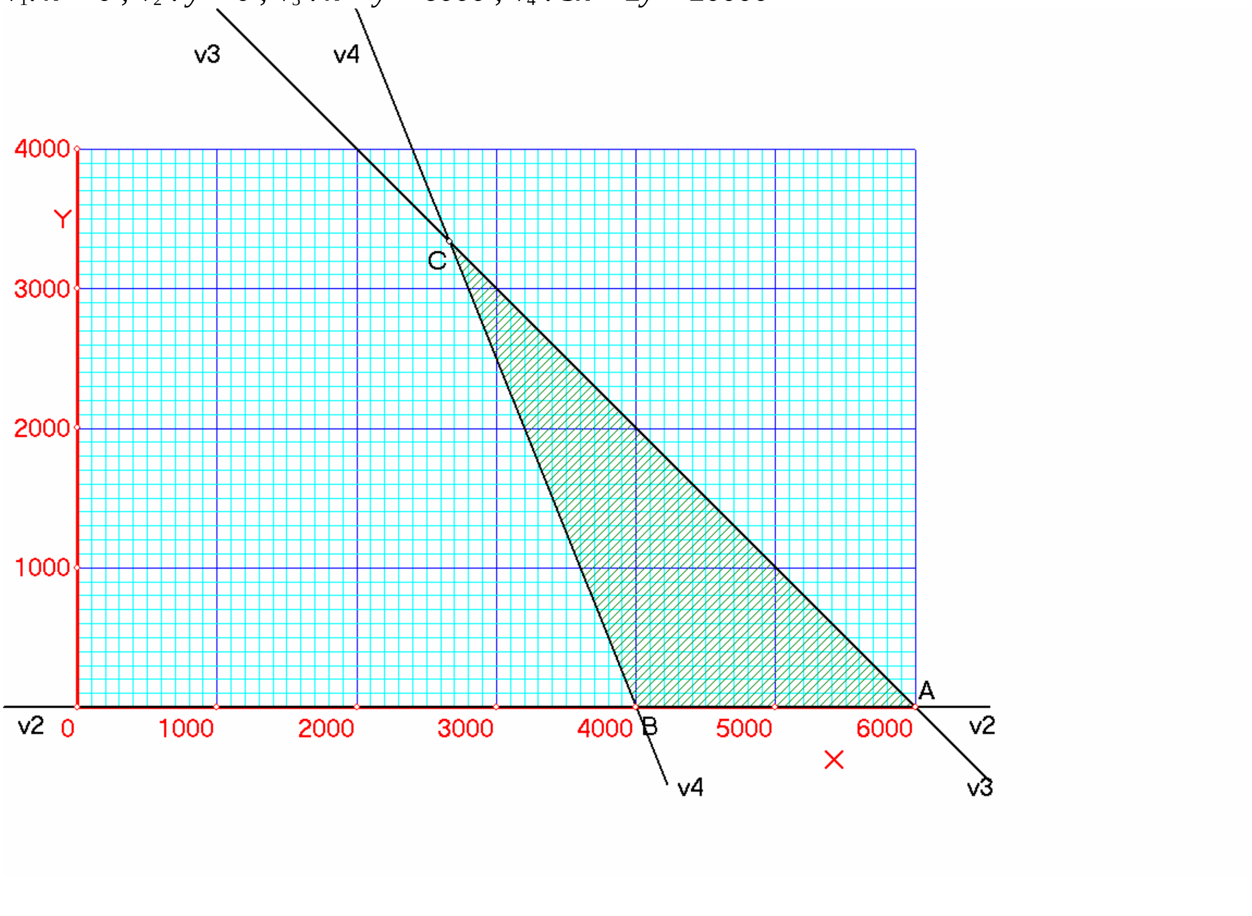
E: $x = 300$ en $x + y = 400 \Rightarrow$ E(300,100) $\Rightarrow T(\text{E}) = T(300,100) = 1925$
B: $x = 0$ en $x + y = 400 \Rightarrow$ B(0,400) $\Rightarrow T(\text{B}) = T(0,400) = 2150$
Dus zijn de kosten minimaal in punt E dus bij 300 zakken van O_1 naar P_1 ; 100 zakken van O_1 naar P_2 ; 200 zakken van O_1 naar P_3 ; geen zakken van O_2 naar P_1 ; 400 zakken van O_2 naar P_2 en geen zakken van O_2 naar P_3 .

57.

Stel *x* is aantal m^2 van A en *y* is het aantal m^2 van B dan is het aantal m^2 voor C: $6000 - x - y$

De doelfunctie wordt: $K = 3x + 1{,}5y + 1.(6000 - x - y) = 2x + 0{,}5y + 6000$
De beperkende voorwaarden zijn :

$x \geq 0$; $y \geq 0$; $6000 - x - y \geq \Leftrightarrow x + y \leq 6000$; $5x + 8y + 10.(6000 - x - y) \leq 40000 \Leftrightarrow -5x - 2y + 60000 \leq 40000 \Leftrightarrow 5x + 2y \geq 20000$
De grenslijnen van het gebied zijn :
v_1: $x = 0$; v_2 : $y = 0$; v_3 : $x + y = 6000$; v_4 : $5x + 2y = 20000$



We moeten het minimum hebben dus *x* en *y* zo klein mogelijk. In aanmerking komen B en C

$$\text{C:}\begin{cases} x + y = 6000 \\ 5x + 2y = 20000 \end{cases}\begin{vmatrix} 5 \\ 1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 5y = 30000 \\ 5x + 2y = 20000 \end{cases} \text{aftrekken} \begin{cases} 3y = 10000 \\ x + y = 6000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2666\tfrac{2}{3} \\ y = 3333\tfrac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$T(\text{ C }) = T(2666\frac{2}{3}, 3333\frac{1}{3}) = 13000$

B: $y = 0$ en $5x + 2y = 20000 \Rightarrow$ B(4000,0) $\Rightarrow T(\text{B}) = T(4000,0) = 14000 \Rightarrow$

Er is dis een minimum in punt C dus bij ongeveer 2667 m^2 van A en 3333 m^2 van B.

58. Stel x is het aantal liter benzine en y is het aantal liter diesel. $\Rightarrow$ Voor LPG geldt dan :

$100000 - x - y$ liter.

De doelfunctie $W = 0{,}15x + 0{,}12y + 0{,}10.(100000 - x - y) = \mathbf{0{,}05x + 0{,}02y + 10000}$

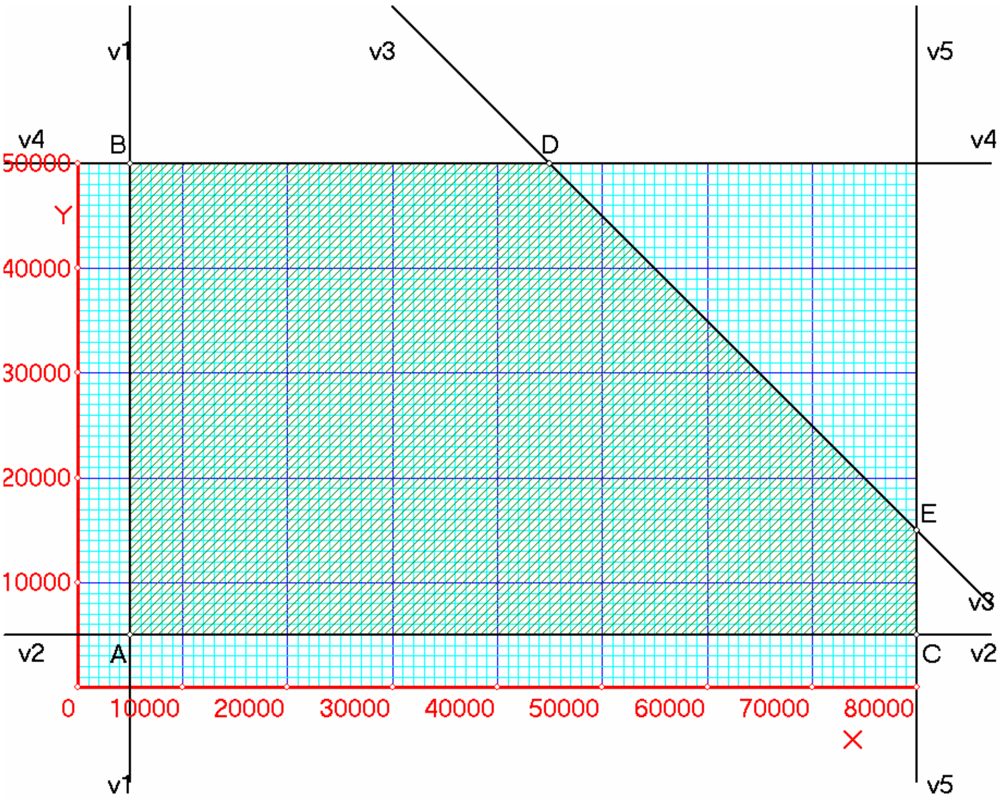
De beperkende voorwaarden zijn :

$x \geq 5000$; $y \geq 5000$; $100000 - x - y \geq 5000 \Leftrightarrow x + y \leq 95000$ en $x + 100000 - x - y \geq 50000$

$\Leftrightarrow y \leq 50000$ en $y + 100000 - x - y \geq 20000 \Leftrightarrow x \leq 80000$

De grenslijnen zijn : v_1: $x = 5000$; v_2 : $y = 5000$; v_3 : $x + y = 95000$; v_4: $y = 50000$ en

v_5: $x = 80000$



We moeten het maximum hebben $\Rightarrow$ we kijken hier dus naar de punten E en D.

E: $x = 80000$ en $x + y = 95000 \Rightarrow$ E(80000,15000) $\Rightarrow W(\text{E}) = W(80000,15000) = 14300$

D: $y = 50000$ en $x + y = 95000 \Rightarrow$ D(45000,50000) $\Rightarrow W(\text{D}) = W(45000,50000) = 13250$

$\Rightarrow$ er is dus een maximum in punt E.

De verdeling wordt dan : 80000 liter benzine ; 15000 liter diesel en 5000 liter LPG.